

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Чорноморський національний університет імені Петра Могили
Факультет економічних наук
Кафедра економіки та підприємництва

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Перший проректор

Іщенко Н.М.



“31” VII 2020 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ»**

Спеціальність 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність»

Освітня програма «Бізнес у сфері послуг»

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Розробник

Воробйова А.І.



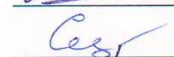
Завідувач кафедри економіки та підприємництва

Кузьменко О.Б.



Гарант освітньої програми

Семенчук І.М.



В.о. декана факультету економічних наук

Філімонова О.Б.



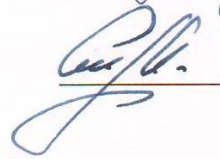
Директор Навчально-наукового інституту
післядипломної освіти

Норд Г.Л.



Начальник НМВ

Шкірчак С.І.



Миколаїв – 2020 рік

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показника	Характеристика дисципліни	
Найменування дисципліни	Математика для економістів: <i>"Теорія ймовірностей"</i>	
Галузь знань	07. Управління та адміністрування	
Спеціальність	(код 071) "Облік і оподаткування" (код 072) "Фінанси, банківська справа та страхування" (код 073) "Менеджмент " (код076) "Підприємництво, торгівля та біржова діяльність "	
Спеціалізація (якщо є)	-	
Освітня програма	(код 071) "Облік і оподаткування" (код 072) "Фінанси, банківська справа та страхування" (код 073) "Менеджмент" (код076) "Підприємництво, торгівля та біржова діяльність "	
Рівень вищої освіти	Бакалавр	
Статус дисципліни	Нормативна	
Курс навчання	1 (денна);	
Навчальний рік	2020-2021	
Номер(и) семестрів (триместрів):	2	
Загальна кількість кредитів ЄКТС/годин	5 кредитів / 150 годин	
Структура курсу: лекції	36	
семінарські заняття (практичні, лабораторні, півгрупові)	36	
годин самостійної роботи студентів	78	
Відсоток аудиторного навантаження	48%	
Мова викладання	українська	
Форма підсумкового контролю	2 сем іспит	

2. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ: МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ. «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ»

Метою дисципліни «Теорія ймовірностей» формування системи знань з методології та інструментарію побудови і використання різних типів ймовірних – статистичних моделей. Дати студентам розуміння ймовірностей поведінки різних систем.

Студент повинен *оволодіти* загальним математичним апаратом теорії ймовірностей і вміти практично застосувати його для аналізу та прогнозування.

Програма навчального курсу «Теорія ймовірностей», містить необхідний мінімум знань з таких розділів як елементи комбінаторики, випадкові події та ймовірності, основні теореми класичної теорії ймовірностей схема Бернуллі, біномні ймовірності та їх апроксимації, випадкові величини та їх функції розподілу, числові характеристики; закон великих чисел, підсилений закон великих чисел, центральна гранична теорема, основні поняття вибіркового методу.

При вивченні цього курсу, потрібно брати до уваги той обсяг знань, які отримали студенти, вивчаючи розділи «Елементи комбінаторики», «Початки математичної статистики та теорії ймовірностей» в шкільному курсі «Алгебра і початки аналізу» та курсах «Вища математика», «Теорії ймовірностей» в рамках підготовки молодших спеціалістів. Викладання курсу повинно бути максимально доступним, із збереженням необхідного рівня строгості. Вивчення дисципліни спрямоване на формування здатності в процесі проектування та експлуатації об'єктів і систем, що мають випадкові параметри.

Завдання дисципліни

У процесі освоєння матеріалу курсу студент повинен добре оволодіти основними поняттями теорії ймовірностей та вміти їх застосовувати при розв'язанні практичних задач

Взаємозв'язки з іншими дисциплінами

Вивчення даної дисципліни ґрунтується на засвоєнні таких важливих розділів як от: теорія множин, елементи аналітичної геометрії, теорія границь, диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних, ряди, інтегральне числення, функції однієї та багатьох змінних. Вивчення даної дисципліни також має на меті забезпечення студентів необхідним математичним апаратом для ґрунтовного вивчення курсів з математичної статистики, статистики, теорії ризиків тощо.

2.2. ВИХІДНІ КОМПЕТЕНЦІЇ СТУДЕНТІВ ПІСЛЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ»

В результаті вивчення курсу студент повинен:

- знати основні поняття і аксіоми теорії ймовірностей, вміти будувати імовірнісні простори;
- володіти поняттями умовних ймовірностей, незалежних подій та елементарними імовірнісними формулами;
- вміти застосовувати поняття дискретних величин, загальних випадкових величин, розподілів випадкових величин;
- володіти поняттями математичного сподівання випадкової величини, випадкових величини другого порядку;
- знати види збіжності випадкових величин;
- вміти застосувати закон великих чисел, посилений закон великих чисел;

- володіти поняттями збіжності випадкових величин за розподілом, характеристичної функції;
- вміти формулювати та застосувати центральну граничну теорему;
- вміти використовувати як моделі на практиці випадкові процеси з незалежними приростами;

2.3. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ»

Спеціальність: (код 071) "Облік і оподаткування"

Загальні компетентності

ЗК 06. Здатність і готовність формувати гідне ставлення до надбань історії та національної культури

ЗК 10. Здатність до ініціативності, відповідальності та навичок до безпечної діяльності відповідно до майбутнього профілю роботи, галузевих норм і правил, а також необхідного рівня індивідуального та колективного рівня безпеки у надзвичайних ситуаціях.

Фахові компетентності

ФК 01. Здатність аналізувати і структурувати економічні події та явища з точки зору знання сучасних теоретичних, організаційно-методичних основ обліку та оподаткування.

ФК 08. Здатність шляхом самостійного навчання освоїти нові сфери діяльності, використовуючи здобуті знання з обліку та оподаткування.

ФК 10. Здатність проводити наукові дослідження з метою вирішення актуальних завдань теорії, методики, організації та практики обліку, аудиту, аналізу, контролю та оподаткування.

Програмні результати навчання

ПРН 01. Здатність продемонструвати уміння здійснювати бухгалтерську обробку документів, ведення документів, ведення синтетичного та аналітичного обліку, складати бухгалтерську звітність суб'єктів господарювання з використанням сучасних інформаційних технологій.

ПРН 09. Здатність застосовувати знання та розуміння аналізу фінансово-господарської діяльності суб'єктів господарювання, використовуючи дані фінансової, податкової, статистичної звітності, комп'ютерну техніку та статистичні методи обробки інформації. Це означає також здатність здійснювати аналіз стану, забезпеченості та ефективності використання оборотних активів, необоротних активів, трудових ресурсів, власного капіталу та зобов'язань, аналіз обсягу реалізації, собівартості продукції, фінансових результатів, показників рентабельності, ліквідності, фінансової стійкості та ділової активності.

ПРН 10. Базові знання та розуміння спеціальних розділів на вибір студента: облік в галузях економіки, облік в зарубіжних країнах, облік зовнішньоекономічної діяльності, міжнародні стандарти бухгалтерського обліку та звітності, облік у банках, облік в бюджетних установах з метою майбутньої спеціалізації та освоєння міждисциплінарних підходів.

ПРН 11. Здатність виконувати комп'ютерні обчислення, що мають відношення до проблем обліку і оподаткування, використовуючи належне програмне забезпечення, знання як аналізувати та відображати результати фінансово-господарської діяльності суб'єктів господарювання.

ПРН12. Оволодіння добрими робочими навичками працювати самостійно (курсозна робота) або в групі (практичні заняття, включаючи навички лідерства при їх виконанні), уміння отримати результат у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність та унеможливлення плагіату.

ПРН 16. Вміти проектувати, планувати і проводити пошукові і розвідувальні роботи, здійснювати їх інформаційне, методичне, матеріальне, фінансове та кадрове забезпечення.

ПРН 17. Застосовувати навички до безпечної діяльності відповідно до майбутнього профілю роботи, галузевих норм і правил, а також необхідного рівня індивідуального та колективного рівня безпеки у надзвичайних ситуаціях.

Спеціальність: (код 072) «Фінанси, банківська справа та страхування»

Загальні компетентності

ЗК 01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК 06. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК 07. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 08. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК 09. Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК 10. Здатність працювати у команді.

ЗК 12. Здатність працювати автономно.

Фахові компетентності

ФК 04. Здатність застосовувати економіко-математичні методи та моделі для вирішення фінансових задач.

Програмні результати навчання

ПРН 06. Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення фінансових задач.

Спеціальність: (код 073) «Менеджмент»

Загальні компетентності

ЗК 04. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК 05. Знання та розуміння професійної діяльності.

ЗК 06. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.

Фахові компетентності

ФК 06. Здатність діяти соціально відповідально і свідомо.

ФК 09. Здатність працювати в команді та нагороджувати міжособистісну взаємодію при вирішенні професійних завдань.

ФК 13. Розуміти принципи і норми права та використовувати їх у професійній діяльності.

ФК 14. Розуміти принципи і норми психології та використовувати їх у професійній діяльності.

Програмні результати навчання

ПРН 04. Демонструвати навички виявлення проблеми та обґрунтування управлінських рішень.

ПРН 06. Виявляти пошуку, збирання та аналізу інформації, розрахунку показників для обґрунтування управлінських рішень.

ПРН 12. Оцінювати правові, соціальні та економічні наслідки функціонування організації.

ПРН 13. Спілкуватись в усній та письмовій формі державною та іноземною мовами.

ПРН 16. Демонструвати навичкам самостійної роботи, гнучкого мислення, відкритості до нових знань, бути критичним і самокритичним.

Спеціальність: (код 076) «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність»

Загальні компетентності

ЗК 01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 02. Здатність застосовувати отримані знання в практичних ситуаціях.

ЗК 06. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК 07. Здатність працювати в команді.

Спеціальні (фахові) компетентності

СК 2 Здатність обирати та використовувати відповідні методи, інструментарій для обґрунтування рішень щодо створення та функціонування бізнесу, в т.ч. у сфері послуг, підприємницьких, торговельних і біржових структур.

СК 11. Здатність до прийняття рішень щодо організації та ведення бізнесу, в т. ч. у сфері послуг, підприємництва та торгівлі в умовах ризику та невизначеності.

Програмні результати навчання

ПРН 05. Організувати пошук, самостійних відбір, якісну обробку інформації з різних джерел для формування банків даних у сфері підприємництва, торгівлі та біржової діяльності.

ПРН 12. Володіти методами та інструментарієм для обґрунтування управлінських рішень щодо створення й функціонування бізнесу, в т.ч. у сфері послуг, підприємницьких, торговельних і біржових структур.

3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

3.1. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей.

Класичне та аксиоматичне означення ймовірності. Випадкові величини та Операції над ними. Теореми додавання та множення ймовірностей. Послідовні незалежні випробування.

Предмет комбінаторики. Правило суми і добутку. Впорядковані множини. Розміщення, перестановки і комбінації без повторень та з повтореннями. Формула включень і виключень. Трикутник Паскаля та біном Ньютона. Число всіх підмножин n множини.

Предмет теорії ймовірностей. Частотне означення ймовірності. Простір елементарних подій. Випадкові події та відношення між ними. Алгебра випадкових подій. Класичне означення ймовірності. Властивості ймовірності. Застосування комбінаторики до задач теорії ймовірностей.

Система аксіом А.М. Колмогорова. Наслідки з систем аксіом. Геометричні ймовірності. Задача Бюффона. Парадокс Бертрана. Задача про товсту монету.

Тема 2. Наближені формули для біномних ймовірностей. Випадкові величини.

Умовна ймовірність та її властивості. Теорема множення ймовірностей. Незалежність випадкових подій. Приклад С.Н. Берштейна. Формула повної ймовірності. Теорема гіпотез (формули Байеса).

Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Біномний розподіл. Властивості чисел P_n (К). Найімовірніше число „успіхів” у схемі Бернуллі. Зв'язок між частотою та ймовірністю.

Теорема Пуассона. Розподіл Пуассона. Найімовірніше число успіхів в схемі Пуассона. Локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Функції Гаусса і Лапласа та їх властивості. Застосування інтегральної теореми Лапласа: теорема Бернуллі, оцінка ймовірності через частоту.

Поняття випадкової величини. Функція розподілу випадкової величини та її властивості. Дискретні випадкові величини. Закон розподілу. Біномний, геометричний, гіпергеометричний розподіли. Неперервні випадкові величини та щільність їх розподілу.

Тема 3. Числові характеристики випадкових величини. Класичні неперервні розподіли та їх властивості

Математичне сподівання випадкової величини та його властивості. Середньо-квадратичне відхилення. Математичне сподівання та дисперсія геометричного, біноміального розподілів та розподілу Пуассона.

Математичне сподівання та дисперсія рівномірного та показникового розподілів. Нормальний розподіл, його характеристики, ймовірність потрапляння в заданий інтервал. Правило „трех сигм”. Початкові і центральні моменти випадкових величин, квантилі, мода, медіана, коефіцієнт асиметрії.

Тема 4. Випадкові вектори та функції розподілу багатьох змінних

Системи випадкових величин. Сумісний закон розподілу. Сумісна функція розподілу її властивості. Приклади незалежних та залежних випадкових величин. Неперервні випадкові вектори, їх щільності. Рівномірний розподіл в області. Числові характеристики двомірних Збіжність за ймовірністю. Нерівність Чебишова (I та II форма). Теорема Чебишова. Узагальнена теорема Чебишова. Теорема Бернуллі. Теорема Маркова. Поняття про центральну граничну теорему. Дисперсійна матриця, коваріація. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

4. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

4.1 ПЛАН ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТТЯ

№ п/п	Теми лекцій	Денна форма Години
1.	Комбінаторика. Привило суми, добутку. Перестановки, розміщення. Перестановки з повтореннями. Розміщення з повторюваннями. Комбінації, комбінації з повтореннями.	2
2.	Комбінаторні тотожності. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля, біном Ньютона.	2
3.	Класичне означення ймовірності. Аксиоматичне означення ймовірності, статистичне означення ймовірності. Геометрична ймовірність	2
4.	Аксіоми теорії ймовірностей. Ймовірність суми та добутку подій. Сумісні та несумісні події. Ймовірність суми подій. Залежні й незалежні події. Умовні ймовірності. Ймовірність добутку подій.	2
5.	Формула повної ймовірності. Апріорні та апостеріорні ймовірності. Формула Бейеса	2
6.	Схема незалежних випробувань. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Біномний розподіл. Властивості чисел $P_n(K)$. Найімовірніше число „успіхів” у схемі Бернуллі. Зв’язок між частотою та ймовірністю.	2
7.	Граничні теореми в схемі Бернуллі та їх застосування: Теорема Пуассона. Розподіл Пуассона	2
8.	Локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Функції Гауса і Лапласа та їх властивості. Застосування інтегральної теореми Лапласа: оцінка ймовірності через частоту	2
9.	Функції розподілу випадкової величини. Властивості функції розподілу.	2
10.	Дискретні випадкові величини. Закони розподілу. Числові характеристики: математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення	2
11.	Класичні закони розподілу та їх числові характеристики: біноміальний закон розподілу, розподіл Пуассона, геометричний розподіл, гіпергеометричний розподіл.	2
12.	Неперервні випадкові величини. Числові характеристики неперервних випадкових величин. Мода, медіана, початковий та центральний моменти, асиметрія, ексцес, квантилі.	2
13.	Класичні неперервні розподіли: рівномірний розподіл на відрізьку $[a;b]$, показниковий розподіл. Нормальний розподіл. Правило трьох сигм	2
14.	Числові характеристики розподіл χ^2 –Пірсона; розподіл Стьюдента; розподіл Фішера – Снедекора; логарифмічний нормальний розподіл.	2
15.	Граничні теореми теорії ймовірностей. Закони великих чисел. Теорема Бернуллі. Теорема Чебишева. Поняття про центральну граничну теорему. Теорема Лапласа. Наслідки центральної граничної теореми.	2
16.	Двовимірні випадкових величин. Функція розподілу. Щільність ймовірності та її властивості. Числові характеристики двовірних випадкових величин Двовірний нормальний розподіл	2

17.	Двовимірні випадкових величин. Функція розподілу. Щільність ймовірності та її властивості. Числові характеристики двомірних випадкових величин Двомірний нормальний розподіл	2
18.	Залежні й незалежні випадкові величини. Коваріація і кореляція випадкових величин. Коефіцієнт кореляції та його властивості. Лінійна регресія	2
Всього годин		36

4.2. ПЛАН ГРУПОВИХ ЗАНЯТТЯ

№ з/п	Теми практичних занять	Денна форма Години
1.	Елементи комбінаторики. Привило суми, добутку. Перестановки, розміщення. Перестановки з повтореннями. Розміщення з повторюваннями. Комбінації, комбінації з повтореннями. Розв'язання комбінаторних задач.	2
2.	Комбінаторні тотожності. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля, біном Ньютона. Розв'язання комбінаторних задач.	2
3.	Класифікація подій. Класичне означення, аксіоматичне означення та . статистичне означення ймовірності.	2
4.	Дії над подіями. Геометричне означення ймовірності.	2
5.	Умовна ймовірність, незалежні події. Теорема добутку залежних та незалежних подій Формула повної ймовірності. Формули Байєса.	2
6.	Контрольна робота М1.2.1. Випадкові події, класичне означення ймовірності, геометрична ймовірність	2
7.	Захист індивідуальної роботи МІР М.1.2.1 Випадкові події, формула повної ймовірності, випадкові події	2
8.	Схема незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Біномний розподіл Найімовірніше значення. Модель в Excel.	2
9.	Наближенні підрахунки біноміальних ймовірностей. Теорема Пуассона та її застосування . Розподіл Пуассона.	2
10.	Наближенні підрахунки біноміальних ймовірностей Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа та їх застосування.	2
11.	Дискретні випадкові величини. Числові характеристики двв. Основні закони розподілу двв: біномний, геометричний, гіпергеометричний розподіли.	2
12.	Неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей нвв. Математичне сподівання, дисперсія нвв. Основні закони розподілу нвв та їх числові характеристики.	2
13.	Нормальний закон розподілу, його параметри. Зв'язок між функцією розподілу нормального закону та функцією Лапласа. Ймовірність попадання нормально розподіленої величини в заданий інтервал. Числові характеристики	2
14.	Правило трьох сигм. Поняття про закон великих чисел. Нерівність Чебишова (I та II форма) .. Узагальнена теорема Чебишова. Теорема Бернуллі. Теорема Маркова.	2
15.	Захист індивідуальної роботи МІР М.1.2.2 Функції щільності ймовірності, двв, нвв, числові характеристики законів розподілу	2

16.	Контрольна робота МКР М.1.2.2 Функції щільності ймовірності, двв, нвв, числові характеристики законів розподілу. Коефіцієнт кореляції.	2
17.	Двовимірні випадкових величин. Функція розподілу. Щільність ймовірності та її властивості. Числові характеристики двомірних випадкових величин Двомірний нормальний розподіл	2
18.	Підсумкове заняття. Системи випадкових величин. Числові характеристики двомірних випадкових векторів. Коефіцієнт кореляції та його властивості	2
Всього годин		36

4.3 Завдання для САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Відповідно до програми заплановано виконання трьох індивідуальних робіт та відповідно трьох контрольних робіт. Темі та кількість балів представимо у вигляді технологічної карти.

Технологічна карта робочої програми навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей»

2 (весняний) семестр 1 курс

1. ВИТЯГ З НАВЧАЛЬНОГО ПЛАНУ

Форма навчання	Курс	Семестр	Всього годин	В тому числі						Форма підсумкового контролю		
				аудиторних					самостійна робота студента		іспит	залік
				лекцій	се мі на рс ьк их	практичних	лабор аторн их	Конс ульта ції	семестрова робота по дисципліні	курс ова робо та (про ект)*		
денна	1	1	150 (5кредитів)	36		36		-	82		+	-

2. СХЕМА РОЗПОДІЛУ БАЛІВ ЗА МОДУЛЯМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «Теорія ймовірностей»

Вид контролю	Модуль	Тема	Індивідуальна робота [*] (МІР) (балів)	Модульний контроль (МКР) (балів)	Всього балів
Поточний контроль	М 1.2.1	Класичне означення ймовірності, повна ймовірність, формула Байєса	10 <i>(10 задач по 1 балу кожна)</i>	15 <i>5 завдання : по 3 балу кожене)</i>	25
	М 1.2.2	Біноміальні ймовірності, неперервний та дискретний розподіли випадкових подій та їх числові характеристики	10 <i>(10 задач по 1 балу кожна)</i>	15 <i>3 завдання : по 5 балів кожене)</i>	25
Математичні есе, квести, олімпіади, опорні конспекти(на вибір студента)			10		10
Всього поточний контроль			20	30	60
Підсумковий контроль іспит			40		
Загальна кількість балів-100 балів					

4.4. ЗРАЗОК «НУЛЬОВОГО» ВАРІАНТУ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ

Індивідуальна робота М 1.2.1. Класичне означення ймовірності, повна ймовірність, формула Баєсса

ВАРІАНТ 0

(10 балів) (10 задач по 1 балу кожна)

Задача 1. Кидають 3 гральні кубика. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях випадуть числа очок, які всі є однаковими.

Задача 2. Слово складено з карток, на кожній з котрих написано 1 літеру. Потім картки змішують і виймають по 1 без повторення. Знайти ймовірність того, що в результаті викладання в порядку їх появи утвориться наступне слово "ректор".

Задача 3. Нехай ваше прізвище та ім'я записано за допомогою карток. Картки з буквами прізвища і імені змішують в окремі стоси і окремо виймають навмання по 1 картці без повторення. Знайти ймовірність того, що букви, які викладають по черзі утворюють ваше прізвище та ім'я.

Задача 4. В урні міститься K чорних і H білих куль. Навмання виймають M куль. Знайти ймовірність того, що серед них є:

1. P білих куль;
2. Менше ніж P білих куль;
3. Хоча б одна біла куля.

$K = 6$; $H = 7$; $M = 5$; $P = 2$

Задача 5. Прилад складається з трьох незалежних елементів, які працюють на протязі часу T безвідмовно із ймовірностями p_1, p_2, p_3 . Знайти ймовірність того, що за час T вийде з ладу:

- 1) тільки один елемент;
- 2) хоча б один елемент.

$k = 0,131$

$p_1 = 0,869$ $q_1 = 0,131$

$p_2 = 0,769$ $q_2 = 0,231$

$p_3 = 0,719$ $q_3 = 0,281$

Задача 6. В першій урні K білих і L чорних куль, а в другій M білих і N чорних куль. З першої урни навмання виймають P куль, а з другої - Q куль. Знайти ймовірність того, що серед вибраних куль:

- 1) Всі кулі одного кольору;
- 2) Лише три білих кулі;
- 3) Хоча б одна біла куля.

$K = 7$; $L = 6$; $M = 4$; $N = 7$; $P = 3$; $Q = 2$

Задача 7. В урні міститься K чорних і білих куль, до них додають L білих куль. Після цього з урни навмання виймають M куль. Знайти ймовірність того, що всі вибрані кулі є білими, припускаючи, що всі можливі варіанти (гіпотези) про початковий вміст урни є рівно можливими.

Задача 8. В одній урні K білих і L чорних куль, а в другій M білих і N чорних куль. З першої урни навмання виймають P куль, і перекладають в друга урну. Після цього з другої урни виймають R куль. Знайти ймовірність того, що всі кулі, які виймають з другої урни, є білими.

$K = 7$, $L = 5$, $M = 2$, $N = 4$, $P = 3$, $R = 4$

Задача 9. В піраміді стоять R гвинтівок, з них L з оптичним прицілом. Ймовірність того, що стрілець, стріляючи із гвинтівки з оптичним прицілом, влучить у мішень дорівнює P . Ймовірність того, що стрілець, стріляючи із гвинтівки без оптичного прицілу, влучить у мішень дорівнює P . Знайти, що стрілець влучить у мішень, стріляючи із навмання обраної гвинтівки.

$K = 14; P_1 = 0,81; P_2 = 0,46 R = 19; L = 4$

Задача 10. В монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни постачаються 3-ма заводами. На складі є електродвигуни цих заводів, відповідно в кількості M_1, M_2, M_3 одиниць, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з ймовірностями відповідно PPP . Робітник навмання обирає один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що змонтований електродвигун, який працює безвідмовно до кінця терміну, виготовлений на першому, другому, або третьому заводі.

$K = 14; p_1 = 0,85; p_2 = 0,76; p_3 = 0,71; m_1 = 19; m_2 = 6; m_3 = 11$

Індивідуальна робота М 1.2.2. Біноміальні ймовірності, неперервний та дискретний розподіли випадкових подій та їх числові характеристики

(10 балів) (10 задач по 1 балу кожна)

Задача 1.

В кожному із 11 незалежних випробувань подія А відбувається з ймовірністю 0,31. Обчислити ймовірність $P_n(K)$, де $0 \leq K \leq K_0$, K_0 – найімовірніше число успіхів.

Задача 2.

В кожному із 800 незалежних випробувань подія А відбувається з ймовірністю 0,55. Знайдіть ймовірність того, що подія А відбудеться:

- точно 370 разів;
- не більше, ніж 370 і не менше, ніж 320 разів;
- більше, ніж 370 разів.

Задача 3.

В схемі Бернуллі ймовірність появи події А дорівнює 0,41. Знайдіть ймовірність того, що подія відбудеться:

- точно 320 разів;
- точно 290 разів;
- не менше, ніж 350 і не більше, ніж 290 разів;
- менше, ніж 335 разів.

Задача 4.

На телефонній станції помилкове з'єднання відбувається з ймовірністю 0,0008. Знайдіть ймовірність того, що серед 4800 з'єднань має місце:

- Точно 1 помилкових з'єднань;
- Менше ніж 7 помилкових з'єднань;
- Більше ніж 4 помилкових з'єднань.

Задача 5.

В кожному з 500 незалежних випробувань, подія А відбувається із ймовірністю 0,84.

Знайти ймовірність того, що відносна частота $\frac{k}{n}$ цієї події відрізняється за абсолютною величиною від ймовірності 0,84 не більше, ніж на $0,0054 > 0$ ($0,0108 > 0$).

Задача 6

Випадкова величина X задана законом розподілу:

X	13	17	21	29
P	0.111	0.143	0.496	0.25

Знайдіть інтегральну функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини X і побудуйте графік. Знайдіть математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середньоквадратичне відхилення.

Задача 7.

Випадкова величина X задана функцією щільності ймовірності

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x/12 & 0 < x \leq \sqrt{24} \\ 0, & x > \sqrt{24} \end{cases}$$

Знайдіть функцію (інтегральну) розподілу $F(x)$ випадкової величини X . Побудуйте графіки функцій $f(x)$ і $F(x)$. Обчисліть числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, моду та медіану.

Задача 8.

Випадкову величину X задано інтегральною функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{k}, & 0 < x \leq k \\ 1, & x > k \end{cases}$$

Знайдіть функцію щільності ймовірності розподілу ймовірності $f(x)$ випадкової величини X . Побудуйте графіки функцій $f(x)$ і $F(x)$. Обчисліть числові характеристики випадкової величини X , а саме: $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

Задача 9.

Випадкова величина X розподілена за нормальним законом $N(10;4)$. Знайдіть ймовірність того, що ця випадкова величина набуває значення:

А) в інтервалі $[8;9]$

Б) менше за 9;

В) більше за 12.

Яке відрізняється від свого середнього значення за модулем не більше ніж на 1.

Задача 10.

Задано випадкову величину X , яку розподілено за нормальним законом, і точки $-9, -4, 1, 8, 14, x_6 =$ на числовій осі. Знайти ймовірність того, що випадкова величина X набуває значення в отриманих шести інтервалах числової осі. ($a = 0$; $\sigma = 7$)

Контрольна робота М. 1.2.1. Варіант № 0 (15 балів)

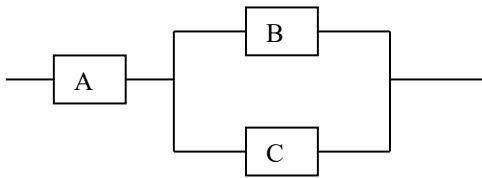
1. З колоди карт, в якій 52 карти, навгад вибирають три. Яка ймовірність того, що це виявляться трійка, сімка й туз однієї масті? (3 бали)

2. Серед 10 лотерейних білетів є два виграшних. Купують 5 білетів. Яка ймовірність того, що серед них опиняться обидва виграшні? (3 бали)

3. В квадраті $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y < 1$ навгад вибирають точку. Яка ймовірність того, що сума її координат не перевищує 0,5? (3 бали)

4. Двоє підлеглих ідуть на прийом до начальника просити грошей на відрядження. Якщо у начальника гарний настрій, то ймовірність успіху в цій справі для першого підлеглого 0,9, для другого 0,8 (незалежно від того, який результат першого). Якщо у начальника поганий настрій, то ці цифри змінюються: 0,4 та 0,2 відповідно. Який сьогодні настрій начальника – невідомо, але ймовірності гарного та поганого настрою можна оцінити як 0,4 та 0,6 відповідно. Знайдіть ймовірність того, що обидва підлегли одержать гроші на відрядження. (3 бали)

5. Яка ймовірність того, що зображена на малюнку частина ланцюга не проводитиме струм, якщо ймовірність виходу з ладу елемента А дорівнює 0,1 елементів В та С – по 0,2. (3 бали)



Контрольна робота М. 1.2.2. Варіант № 0 (15 балів)

1. Комплекс по виробництву соків складається з трьох незалежно працюючих ліній. Ймовірність виходу з ладу кожної лінії протягом місяця дорівнює 0,1. Скласти закон розподілу числа ліній, що вийшли з ладу протягом місяця. Обчислити математичне сподівання, дисперсію цієї ДВВ. Знайти функцію розподілу $F(x)$, накреслити її графік (5 балів).

2. НВВ X задано щільністю ймовірностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ a(3x - x^2), & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 0, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Знайти: 1) параметр a ; 2) функцію розподілу $F(x)$; 3) математичне сподівання і дисперсію; 4) ймовірність того, що НВВ X набуде значення з інтервалу $(1; 2)$; 5) побудувати графіки $F(x)$ та $f(x)$. (5 балів)

3. Деталі, які випускає завод, розподілені по нормальному закону. Стандартна довжина деталі (математичне сподівання) дорівнює $a = 25$ мм, середнє квадратичне відхилення – $\sigma = 2$ мм. Знайти: 1) ймовірність того, що діаметр навмання взятої деталі буде більше 20 мм і менше 27 мм; 2) ймовірність того, що діаметр деталі відхилиться від стандартної довжини не більше як на $\delta = 1$ мм. (5 балів)

4.

Підготовка до лекційних та практичних занять

Відпрацьовуючи матеріал лекцій (який викладено в мережі Moodle3 ЧНУ ім П.Могили), студент зобов'язаний самостійно скласти (можливо в електронному вигляді) опорний конспект, виділити визначення, висновки, зміст або обґрунтованість які йому незрозумілі, та звернутися до рекомендованої літератури за роз'ясненнями. При відпрацюванні теоретичного матеріалу необхідно звернути увагу на питання для самоконтролю, відповіді на яких мають знайти студенти під час опрацювання конспекту та рекомендованої літератури.

При виконанні самостійної роботи студент має користуватися конспектом та іншими джерелами із списку рекомендованої літератури, а також користуватися довідковою літературою і спеціальними математичними пакетами.

Розв'язання задач здійснюється студентами, виходячи з теоретичного матеріалу з рекомендованих джерел, а також, використовуючи розглянуті на лекціях та практичних заняттях приклади.

Підготовка до контрольних робіт

1. Уважно ознайомтесь із планом контрольної роботи.

2. Підготуйте теоретичні питання за планами лекцій, користуючись конспектами та матеріалами підручника, а також додаткової літератури.

3. *Зверніть особливу увагу на практичну частину контрольної роботи, перегляньте аналогічні завдання, підготовлені вами до практичних занять.*

Письмові контрольної роботи виконуються студентами самостійно. Роботи містять декілька варіантів, що унеможливило б повне дублювання робіт студентів, списування тощо. Письмові контрольної роботи мають відображати отримані студентом теоретичні та практичні знання під час лекцій та практичних занять, а також результати самостійного опрацювання літератури.

Оцінка роботи здійснюється викладачем під час перевірки письмових робіт відповідно до встановленої для даного виду робіт кількості балів. Оцінка робіт здійснюється, виходячи із повноти виконання завдань, правильності виконання завдання, акуратності виконання завдання.

Основною формою поточного контролю виступає проміжний модульний контроль. Протягом курсу для студентів передбачено проведення проміжного контролю з усіх розділів дисципліни. ПМК охоплюють весь матеріал розділів, містить практичні завдання у вигляді: контрольної роботи. Виконання захисту КР відбувається під час практичних занять і розраховане на 1 академ. годину. Кількість варіантів КР – 30. Студенти мають своєчасно і послідовно виконувати завдання. Користування додатковою літературою, конспектом забороняється. Можливе використання спеціальних таблиць, калькуляторів для здійснення обчислень.

Виконання творчих завдань

За бажанням студент виконує одне з додаткових творчих завдань: математичне есе, математичний квест, або математична олімпіада. Загальна кількість балів 10.

Математичні есе

Математичні есе, за матеріалами змістовного модуля.

Наприклад: „Нормальний розподіл та його застосування в економічному аналізі”.

Математичний кейс

Пропонується виконання математичного есе – у вигляді **кейсу**

<https://chmnu.edu.ua/pro-metod-kejsiv/>

Наприклад: пропонуються декілька кейсів:

- I. Кваліметрія в освіті (проблема №1):**
 - нормальний розподіл двв з математики ЗНО на прикладі вашої групи).
- II. Кваліметрія в освіті (проблема №2):**
 - аналіз зв'язку розподілу двв за результатами ЗНО з математики та курсу вища математики (на прикладі вашої групи).
- III. Статистичний аналіз пандемії ковід-19 (проблема №1):**
 - про аналіз та характер типу розподілу у різних країнах;
- IV. Статистичний аналіз пандемії ковід-19 (проблема №2):**
 - зв'язок між тривалістю карантину та проходження піку захворювання (ексцес та асиметрія) аналіз різних країн.
- V. Застосування математичної статистики в вашій предметній області (проблема №1):**
 - приклади законів розподілу в економічних задачах
- VI. Застосування математичної статистики в вашій предметній області (проблема №2):**
 - приклади застосування граничних теорем в економічних задачах
- VII. Олімпіадні задачі з ТЙ (проблема №1):**
 - задачі з теорії ймовірностей Всеукраїнських математичних олімпіад, та математичних олімпіад українських вузів;

VIII. Олімпіадні задачі з ТЙ (проблема №2):

- задачі з теорії ймовірностей міжнародних математичних олімпіад та олімпіад закордонних вузів;

IX. Олімпіадні задачі з ТЙ (проблема №3):

задачі ТЙ з оригінальним змістом типу Дарт Вейдер. (Імперія висаджує війська на планету. Крокуючі транспорти висаджуються у кількості 400 одиниць, по 100 з перших двох руйнівників, з третього – 150, решта з четвертого. Ймовірність невдалої висадки першого 0.05, з другого – 0.07, з третього – 0.04, а з четвертого – 0.06. Під час посадки на одне з місць висадки впав транспорт. Яка ймовірність цього? З якого підрозділу найімовірніше був цей транспорт. (Завдання_МоклярчукаО.В.)

Математична олімпіада

За бажанням студент може приймати участь у I-му етапі Всеукраїнської студентської олімпіади з математики

Наприклад: у 2020-2021нр олімпіада з категорія Т (ТЙ: Теорія ймовірностей) складалась з завдань 1Т-10Т

Кожна задача оцінюється у 10 балів.

Завдання 1. Т.

У двох скринях лежать 25 кульок червоного та білого кольору. З кожної скрині виймають по одному шару. Ймовірність того, що вони обое білі дорівнює 0,54. Знайдіть імовірність того, що вони обое є червоними.

Завдання 2. Т.

Власники кредитних карт цінують їх і втрачають досить рідко – ймовірність втратити кредитну карту протягом тижня для випадково обраного вкладника складає 0,001. Банк видав кредитні картки 2 000 клієнтам. Знайти: а) ймовірність того, що за майбутній тиждень буде втрачена рівно одна кредитна картка; б) ймовірність того, що за майбутній тиждень буде втрачена хоча б одна кредитна картка; в) найбільш ймовірне число кредитних карт, які втрачаються за місяць.

Завдання 3. Т.

Задача Банаха. Відомий математик Стефан Банах завжди носив з собою дві коробки сірників, в кожній з яких спочатку було n сірників. Кожного разу, коли він хотів запалити сірник, Банах діставав навмання одну з коробок. Знайти ймовірність того, що коли він в перший раз виймав порожню коробку, в іншій коробці виявлялося рівно r сірників, де $r = 0, 1, 2, \dots, n$.

Завдання 4. Т.

Точка $(x; y)$ рівномірно розподілена в квадраті: $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$. Знайти ймовірність того, що x та y задовольняють нерівності $ax^2 \leq 4y \leq 4x, a \in R$. При якому a отримана ймовірність дорівнює $\frac{1}{3}$?

Завдання 5. Т.

В круг, куди вписаний квадрат, навмання кидаються:

- 1) 5 точок; яка ймовірність, що 3 точки попадуть в квадрат, а 2 – в круг (поза квадрата)?
- 2) 7 точок; яка ймовірність, що 3 точки попадуть в квадрат, а 4 – по одній в кожний з утворених кругових сегментів?

Завдання 6. Т.

Банк видав позику у 510 000 грн. під 10% річних строком на один рік під зalog будинку клієнта. У разі, якщо будинок згорить, зруйнується і т.д. (тобто відбудеться страховий випадок), клієнт нічого не поверне банку, тому для зменшення ризику банк зобов'язав клієнта придбати страховий поліс на 500 000 грн., заплативши за нього 10 000 грн. Будинок був оцінений експертами страхової компанії у 500 000 грн., а ймовірність настання страхового випадку з таким будинком протягом року – в 0,001. Скласти закони розподілу доходу банку X_6 та доходу страхової компанії $X_{с/к}$ за рік. Знайти очікувані доходи банку та страхової компанії.

Завдання 7. Т.

Клієнт повинен повернути банку кредит до сьогоднішнього дня. Тиждень тому він відправив грошовий переказ з іншого міста, який досі не надійшов. Час T прибуття грошей оцінюється клієнтом так:

<i>T</i>	1	2	3	4	5
<i>p</i>	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

За кожен день запізнення повернення кредиту клієнт повинен виплатити банку 3% від його суми (відсотки прості). Є можливість звернутися до приватного детектива, який зобов'язується за 5% від суми розшукати її протягом дня. Визначити, що клієнту вигідніше – звернутися до детектива чи чекати надходження грошей.

Завдання 8. Т.

В результаті аналізу рахунків 400 інвесторів на фондовій біржі отримана наступна інформація про кількість угод за останній місяць:

<i>X</i> , кількість угод											0
Кількість інвесторів	46	7	3	4	3	0					

Визначити ймовірності того, що випадково обраний інвестор зробив: а) нуль угод; б) хоча б одну угоду; в) більше п'яти угод; г) менше шести угод; д) відрахуйте середньо квадратичне відхилення кількості угод.

Завдання 9. Т.

Початковий капітал торговця – «човника» складає 10 000 грн. Досвідчені колеги сказали йому, що після кожної поїздки капітал з ймовірністю $\frac{1}{2}$ збільшується у півтора рази, з ймовірністю $\frac{1}{4}$ залишається без змін та з ймовірністю $\frac{1}{4}$ зменшується у півтора рази. Скласти закон розподілу капіталу торговця після двох поїздок та знайти його математичне сподівання.

Завдання 10. Т.

Розподіл Парето. Річний дохід випадково обраного платника податків описується випадковою величиною *X* з щільністю розподілу

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{c}{x^{3,5}}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Знайти значення параметра *c*, функцію розподілу річного доходу, середній річний дохід та середньоквадратичне відхилення річного доходу. Визначити розмір річного доходу x_{min} , не нижче якого з ймовірністю 0,5 опиниться річний дохід випадково обраного платника податків.

ВКАЗІВКИ ДО ЗАВДАНЬ. КАТЕГОРІЯ Т.

Завдання 1. Т. ■■ Вказівка:

Застосуйте класичне означення ймовірності та розгляньте випадки при яких сума чисел дорівнює 25, а добуток кратний 50.

Завдання 2. Т. ■■ Вказівка:

Згадайте формулу найімовірнішого числа в схемі Бернуллі.

Завдання 3. Т. ■■ Вказівка:

Класичне означення ймовірності.

Завдання 4. Т. ■■ Вказівка:

Застосувати поняття геометричної ймовірності. Розглянути випадки при $a \leq 0$ та $a > 0$.

Зверніть увагу, що при $a > 0$, $0 \leq x \leq \min\{2; 4/a\}$

Завдання 5. Т. ■■ Вказівка:

Застосувати поняття геометричної ймовірності. В 1) використати розподіл Барнуллі; в 2) занумерувати точки, розглянути один з варіантів їх розташування та підрахувати кількість таких незалежних та несумісних варіантів.

Завдання 6. Т. ■■ Вказівка:

Пригадайте формули числових характеристик дискретної вв.

Завдання 7. Т. ■■ Вказівка:

Визначите математичне очікування розподілу *T*.

Завдання 8. Т. ■■ Вказівка:

Складіть функцію розподілу даної двв. Пригадайте формули числових характеристик дискретної вв: середнє квадратичне відхилення це корінь квадратний від дисперсії

Завдання 9. Т. ■ ■ Вказівка:

Пригадайте формули числових характеристик дискретної вв.

Завдання 10. Т. ■ ■ Вказівка:

Пригадайте формули числових характеристик неперервної вв.

Критерії оцінювання контрольних та індивідуальних робіт.

M -Максимальна кількість балів (відповідно до попередніх таблиць «Технологічні карти самостійної роботи (обов'язкові та вибіркові види самостійної роботи)»)

M (Максимальна кількість балів) – студент з високою якістю самостійно виконав весь обсяг робіт, відповідає на всі питання, пов'язані з виконаними роботами, та робить додаткові розрахунки, які йому пропонує викладач. У викладача немає претензій щодо вимог до виконання роботи.

$\frac{3}{4} * M$ балів – студент з достатньою якістю виконав всі завдання, але в процесі роботи він робив деякі помилки, які, після вказування на них викладачем, самостійно виправляв. На деякі питання він відповідає з похибкою. Не всі вимоги до виконання роботи дотримані.

$\frac{1}{2} * M$ балів – студент самостійно виконав всі роботи, але недостатня правильно (помилки при розрахунках, не всі вимоги до роботи дотримані). На питання щодо виконання робіт відповіді не зовсім чіткі Запропоновані викладачем додаткові розрахунки робить з деякою потугою

$\frac{1}{4} * M$ балів – студент самостійно виконав частину роботи, (помилки при розрахунках, не всі вимоги до роботи дотримані). На питання щодо виконання робіт відповіді не зовсім чіткі. Є помилки при відповідях.

$0 * M$ балів – студент не виконав весь обсяг робіт, або виконав з грубими помилками. Він має проблеми з розрахунками оптимальних рішень за критеріями прийняття рішень, не знає теоретичного матеріалу.

4.5. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА (ЗА НАЯВНОСТІ)

Проекційне мультимедійне обладнання (проектор, екран, ноутбук/комп'ютер);

Доступ до мережі Internet, точка доступу Wi-Fi;

Програмне забезпечення: PowerPoint, MSWord, Excel.

Система електронного навчання Moodle 3.9

Сервіси відеозв'язку: Google Meet, Zoom, Skype

5. ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

Оцінювання знань студентів з навчальної дисципліни здійснюється на основі результатів поточного і підсумкового контролю знань (іспиту).

Успішне виконання студентом завдань поточного контролю є обов'язковою умовою участі його у складанні іспиту.

На іспит виносяться вузлові питання, типові та комплексні задачі, ситуації, завдання, що потребують творчої відповіді та уміння синтезувати отримані знання і застосовувати їх при вирішенні практичних задач тощо.

Перелік питань, що охоплюють зміст програми, критерії оцінювання екзаменаційних завдань визначаються кафедрою, включаються до робочої програми дисципліни і доводяться до студентів на початку семестру та відображаються в технологічних картках, які розміщені в <http://moodle3.chmnu.edu.ua>.

В разі, коли відповіді студента оцінені менше ніж в 10 балі, він отримує незадовільну оцінку за результатами іспиту та незадовільну загальну підсумкову оцінку. В цьому випадку отримані результати поточного контролю не враховуються.

Загальна підсумкова оцінка складається з суми балів за результати поточного контролю знань (за умов, що студент набрав 21 бал і вище та за виконання завдань, що виносяться на іспит (за умови, що студент набрав 11 балів і вище).

До екзаменаційної відомості заносяться сумарні результати в балах поточного контролю та іспиту.

5.1. Перелік теоретичних питань, що виносяться на іспит

1. Випробування, випадкові події. Достовірна, неможливі події. Операції з випадковими подіями.
2. Частота події, її властивості. Частотне означення ймовірності.
3. Класичне означення ймовірності, властивості ймовірності.
4. Елементи комбінаторики: правила добутку, суми. Підрахунок кількостей перестановок з k елементів, розміщень з n елементів по k (з повтореннями та без повторень).
5. Кількість перестановок з повтореннями, комбінацій, комбінацій з повтореннями.
6. Геометрична ймовірність. Задача про зустріч.
7. Задача Бюффона.
8. Умовна ймовірність. Формула множення для двох та кількох подій.
9. Незалежні події. Властивості незалежних подій. Ймовірність настання хоч однієї з незалежних подій.
10. Незалежність в сукупності. Приклад незалежних попарно, але не незалежних в сукупності подій.
11. Формула повної ймовірності, її застосування.
12. Формула Байєса, її застосування.
13. Схема Бернуллі, формула Бернуллі.
14. Властивості чисел $p_n(k)$. Найімовірніша кількість успіхів.
15. Локальна та інтегральна формули Лапласа. Властивості $\Phi(x)$. Формула Пуасона.
16. Випадкові величини. Дискретні випадкові величини. Закон розподілу. Біноміальний, геометричний, гіпергеометричний розподіли.
17. Функція розподілу випадкової величини, її властивості.
18. Щільність розподілу, її властивості. Механічна модель випадкової величини.
19. Математичне сподівання, формули для нього. Їх обґрунтування.
20. Математичне сподівання розподілу Пуасона, геометричного, біноміального розподілів.
21. Властивості математичного сподівання.

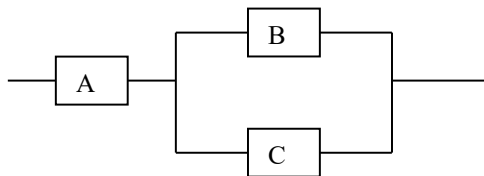
22. Дисперсія випадкової величини. Її властивості.
23. Вивід математичного сподівання та дисперсії розподілів: рівномірного, показникового. Характеристики нормального розподілу.
24. Нормальний розподіл, ймовірність потрапляння в інтервал. Правило “3 σ ”.
25. Доведення адитивності дисперсії для незалежних величин.
26. Системи випадкових величин. Сумісний закон розподілу. Сумісна функція розподілу, її властивості.
27. Неперервні випадкові вектори, їх щільності.
28. Рівномірний розподіл в області.
29. Числові характеристики двовимірних випадкових векторів.
30. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

5.2. Перелік практичних завдань, що виносяться на іспит

Приклад іспитового білету (завдання)

(завдання №1 - 2 бали; завдання №2-3 по 3 бали кожне; завдання №4-5 по 5 бали кожне; завдання №6-7 по 6 бали кожне)

1. Навгад вибрали п'ятизначне число. Яка ймовірність того, що всі його цифри більші за 5?
2. Величина x навгад вибирається з відрізка $[0; 2]$, а величина y - з відрізка $[0, 5]$. Яка ймовірність того, що буде виконуватись нерівність $y \leq x^2$?
3. Яка ймовірність того, що зображена на малюнку частина ланцюга не проводитиме струм, якщо ймовірність виходу з ладу елемента А дорівнює 0,1 елементів В та С – по 0.2.



Ймовірність того, що студент прийде вчасно на заняття, дорівнює 0,8. Обчисліть наближено ймовірність того, що за 225 днів занять студент з'явиться вчасно рівно 206 разів.

4. Випадкова величина приймає тільки значення 0, 2 та 4, причому останнє з них з ймовірністю вдвічі більшою, ніж кожне з двох решти. Знайдіть математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.
5. Випадкова величина має нормальний розподіл з середнім $a=4$ та середньоквадратичним відхиленням $\sigma=2$. Знайдіть ймовірність того, що вона прийме в результаті експерименту значення, не менше за 3 і не більше за 4,8.

5.3. Зразок «нульового» варіанту іспитового білету

Приклад іспитового білету (завдання)

(40 балів) (завдання №1-2 - теоретичні питання 10 бали кожне; завдання №3-4 практичні завдання по 10 балів кожне.)

- №1 Дисперсія неперервної випадкової величини. Її властивості.
- №2. Формула повної ймовірності, її застосування.
- №3. Величина x навгад вибирається з відрізка $[0; 2]$, а величина y - з відрізка $[0, 5]$. Яка ймовірність того, що буде виконуватись нерівність $y \leq x^2$?
- №4. Випадкова величина приймає тільки значення 0, 2 та 4, причому останнє з них з ймовірністю вдвічі більшою, ніж кожне з двох решти. Знайдіть математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.

6. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ТА ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

6.1. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ БАЛІВ

Максимальна кількість балів (відповідно до попередніх таблиць «Технологічні карти самостійної роботи (обов'язкові та вибіркові види самостійної роботи)»)

M (Max балів) – студент з високою якістю самостійно виконав весь обсяг робіт, відповідає на всі питання, пов'язані з виконаними роботами, та робить додаткові розрахунки, які йому пропонує викладач. У викладача немає претензій щодо вимог до виконання роботи.

$\frac{3}{4} * M$ балів – студент з достатньою якістю виконав всі завдання, але в процесі роботи він робив деякі помилки, які, після вказування на них викладачем, самостійно виправляв. На деякі питання він відповідає з похибкою. Не всі вимоги до виконання роботи дотримані.

$\frac{1}{2} * M$ балів – студент самостійно виконав всі роботи, але недостатня правильно (помилки при розрахунках, не всі вимоги до роботи дотримані). На питання щодо виконання робіт відповіді не зовсім чіткі. Запропоновані викладачем додаткові розрахунки робить з деякою потугою

$\frac{1}{4} * M$ балів – студент самостійно виконав частину роботи (помилки при розрахунках, не всі вимоги до роботи дотримані). На питання щодо виконання робіт відповіді не зовсім чіткі. Є помилки при відповідях.

$0 * M$ балів – студент не виконав весь обсяг робіт, або виконав з грубими помилками. Він має проблеми з розрахунками оптимальних рішень за критеріями прийняття рішень, не знає теоретичного матеріалу.

6.2. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗАВДАНЬ ІСПИТОВОГО БІЛЕТУ ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ БАЛІВ

№ завдання Іспитового білету	Максимальна кількість балів	Критерії для максимальної кількості балів
1	10	Теоретичне завдання – ґрунтовна аргументована відповідь за запитання ; – вільне володіння теоретичним матеріалом; – наведення відповідних, прикладів;
2	10	Теоретичне завдання – ґрунтовна аргументована відповідь за запитання ; – вільне володіння теоретичним матеріалом; – наведення відповідних, прикладів;
3	10	Практичне завдання – виконане без помилок / практично без помилок; – вільне використання надбаних навичок для розв'язання стандартних задач
4	10	Практичне завдання – виконане без помилок / практично без помилок; – вільне використання надбаних навичок для розв'язання стандартних задач

При отриманні незадовільної оцінки студент має право виправити всі помилки або виконати нові варіанти завдань, якщо викладач невпевнений, що студент виконав їх самостійно. Такий варіант пропонується, коли студент має багато пропусків занять.

Якщо за результатами поточного контролю знань студент отримав менше 21-го балу, він не допускається до іспиту. Перескладання не допускається згідно з вимогами Наказу ректора.

Матеріал дисципліни розбивається на ціле число змістовних модулів так, щоб максимальна сума балів, що може отримати студент протягом семестру, не перевищувала 100. В залікову книжку студента у кожному семестрі, коли вивчається дисципліна, проставляється отримана ним оцінка.

Якщо протягом семестру, незалежно від тривалості вивчення дисципліни, студент отримав менше ніж 34 бали тобто за шкалою ECTS – F (незадовільно з обов'язковим повторним прослуховуванням курсу), він вважається таким, що має академічну заборгованість.

Складання **академічної заборгованості** з теорії ймовірностей, що виноситься на іспит, передбачає виконання модульних (контрольних) завдань і проводиться згідно “Положення про екзаменаційну сесію студентів”

Зауваження. максимальну кількість балів виставляється за правильне розв'язання завдання, тобто розв'язок завдання не має ні однієї суттєвої помилки, якщо розв'язання має суттєву, то таке завдання вважається виконаним неправильно. Неправильно виконане завдання оцінюється в 0 балів.

Якщо розв'язуване завдання містить недоліки, то завдання оцінюється в балах відповідно до степені розв'язання.

Суттєвою помилкою вважається така, що приводить до невірному розв'язку задачі.

Недоліком вважаються такі дії, перетворення чи записи, що не приводять до суттєвих помилок.

При виконанні індивідуальних та контрольних робіт студенти дотримуються принципів академічної доброчесності. Порушенням академічної доброчесності вважається: академічний плагіат - оприлюднення (частково або повністю) результатів, отриманих іншими особами, як результатів власного дослідження. Також фабрикація - вигадання даних чи фактів, що використовуються в освітньому процесі, фальсифікація - свідомо зміна чи модифікація вже наявних даних, що стосуються освітнього процесу; списування - виконання письмових робіт із залученням зовнішніх джерел інформації, крім дозволених для використання, зокрема під час оцінювання результатів навчання.

За порушення академічної доброчесності здобувачі освіти можуть бути притягнені до такої академічної відповідальності: - повторне проходження оцінювання (контрольна робота, іспит, тощо); - повторне проходження відповідного освітнього компонента освітньої програми.

7. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

№ п/п	Бібліографічний опис джерела	Місце знаходження (основні бібліотеки міста та ін.)			
		ЧНУ ім.П.Могили	Обласна наукова бібліотека ім.О.Гмиря	Міська центральна бібліотека ім. М.Кропивницького	Інтернет, внутрішня мережа (адреса)
7.1. ОСНОВНІ ДЖЕРЕЛА					
2.		+	+	+	+
1.	Мартиненко М.А., Клименко Р.К., Лебедева І.В "Теорія ймовірностей." Навчальний посібник. Конспект лекцій і практичних занять. -К.: Вид-во Українського у-ту харчових технологій., 1999-244 с.	+	+	+	
2.	Жлуктенко В.І., Наконечный С.І."Теорія ймовірностей і математична статистика" У 2ч.-К.: КНЕУ, 2000.-304 с.	+	+	+	
3.	Барковский В.В., Барковська Н.В., Лопатин О.К. "Теорія ймовірностей та математична статистика"- Київ, ЦУЛ, 2017р.-424 с.	+	+	+	
4.	Методичні вказівки. Воробйова А.І. ЧНУ ім. ПМогили.-82стр http://moodle3.chmnu.edu.ua/course/view.php?id=9332	+			http://moodle3.chmnu.edu.ua/course/
5.	Карташов М.В. ЛЗ1 Імовірність, процеси, статистика : Посібник. – К.: Видавничо-поліграфічний центр 'Київський університет', 2008.– 494 с				
7.2. ДОДАТКОВІ ДЖЕРЕЛА					
6.	Василенко О. А. Математично-статистичні методи аналізу у прикладних дослідженнях: навч. посіб. / О. А. Василенко, І. А. Сенча. – Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2011. – 166 с. Режим доступу. http://www.immsp.kiev.ua/postgraduate/Biblioteka_trudy/Vasylenko_Sencha_Matem._statyst.metody_2011.pdf		+	+	
7.	Теорія ймовірностей і математична статистика Укладачі: Булдигін В.В., Буценко Ю.П., Диховичний О.О. МВТР Теорія ймовірностей і математична статистика.pdfс.	+	+	+	https://matan.kpi.ua/public/files/2016.pdf
8.	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.:Высш.шк., 2004.-404 с.	+	+	+	+
9.	Теорія імовірності. Збірник завдань. Д о р о г о в - ц е в А. Я-, С і л ь в е с т р о в Д. С, Скороход А. В., Ядренко М. І. Видавнича об'єднання «Вища школа», 1976 , 384 с	+			
10.	Гусак А.А., Бричикова Е.А. "Справочное пособие к решению задач: теория вероятностей". Мн.: ТетроСистемс, 1999.-288 с.	+	+	+	

7.3.РЕСУРСИ МЕРЕЖІ ІНТЕРНЕТ

- Відкритий посібник з відкритих даних 4. Основи статистики та аналізу даних
<https://socialdata.org.ua/manual0/>

2. Статистический анализ в MS Excel <https://statanaliz.info/>
3. Теорія ймовірностей та математична статистика <https://www.youtube.com/>
4. Аналіз даних та статистичне виведення на мові R <https://courses.prometheus.org.ua>
5. Examples for Statistics <https://www.wolframalpha.com/examples/mathematics/statistics/>
6. Statistical Data Analysis <https://www.maplesoft.com/>
7. Probability & Statistics <https://reference.wolfram.com/language/guide/ProbabilityAndStatistics.html>

8. ЗМІНИ ТА ДОПОВНЕННЯ ДО РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ

(вносяться в процесі використання робочої програми)

№	Текст до внесення змін	Нова редакція	Затвердження змін
1.			Протокол № _____, від _____ 200__р. Завідувач кафедри _____ (підпис)
2.			Протокол № _____, від _____ 200__р. Завідувач кафедри _____ (підпис)
3.			Протокол № _____, від _____ 200__р. Завідувач кафедри _____ (підпис)
4.			Протокол № _____, від _____ 200__р. Завідувач кафедри _____ (підпис)

Зміст

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	2
2. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ.....	3
2.1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ: МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ. "ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ"	3
2.2. ВИХІДНІ КОМПЕТЕНЦІЇ СТУДЕНТІВ ПІСЛЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ»	3
2.3. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ».....	4
Спеціальність: (код 071) "Облік і оподаткування"	4
Загальні компетентності	4
Фахові компетентності.....	4
Програмні результати навчання.....	4
Спеціальність: (код 072) " Фінанси, банківська справа та страхування "	5
Загальні компетентності	5
Фахові компетентності.....	5
Програмні результати навчання.....	5
Спеціальність: (код 073) " Менеджмент "	5
Загальні компетентності	5
Фахові компетентності.....	5
Програмні результати навчання.....	6
Спеціальність: (код 076) " Підприємництво, торгівля та біржова діяльність "	6
Загальні компетентності	6
Фахові компетентності.....	6
Програмні результати навчання.....	6
3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	7
3.1. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	7
Тема 1. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей.	7
Тема 2. Наближені формули для біномних ймовірностей. Випадкові величини.....	7
Тема 3. Числові характеристики випадкових величини. Класичні неперервні розподіли та їх властивості.....	7
Тема 4. Випадкові вектори та функції розподілу багатьох змінних.....	7
4. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	8
4.1 План лекційних занять	8
4.2. План групових занять	9
4.3 Завдання для самостійної роботи	10
4.4. ЗРАЗОК «НУЛЬОВОГО» ВАРІАНТУ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ	11
Індивідуальна робота М 1.2.1. Класичне означення ймовірності, повна ймовірність, формула Баєса.....	11
ВАРІАНТ 0	11
Індивідуальна робота М 1.2.2. Біноміальні ймовірності, неперервний та дискретний розподіли випадкових подій та їх числові характеристики	12
Контрольна робота М. 1.2.1. Варіант № 0 (15 балів)	13
Контрольна робота М. 1.2.2. Варіант № 0 (15 балів)	14
Підготовка до лекційних та практичних занять	14
Підготовка до контрольних робіт	14
Виконання творчих завдань.....	15
Математичні есе.....	15
Математичний кейс	15
Математична олімпіада.....	16
Вказівки до завдань. КАТЕГОРІЯ Т.	17
Критерії оцінювання контрольних та індивідуальних робіт.....	18
4.5. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА (ЗА НАЯВНОСТІ)	18

5. ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ ЗНАТЬ СТУДЕНТІВ	19
5.1. Перелік теоретичних питань, що виносяться на іспит.....	19
5.2. Перелік практичних завдань, що виносяться на іспит.....	20
5.3. Зразок «нульового» варіанту іспитового білету.....	20
6. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ТА ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ	21
6.1. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ БАЛІВ	21
6.2. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗАВДАНЬ ІСПИТОВОГО БІЛЕТУ ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ БАЛІВ	21
7. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	23
7.1. ОСНОВНІ ДЖЕРЕЛА.....	23
7.2. ДОДАТКОВІ ДЖЕРЕЛА	23
7.3. РЕСУРСИ МЕРЕЖІ ІНТЕРНЕТ.....	23
8. ЗМІНИ ТА ДОПОВНЕННЯ ДО РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ	25