УДК 330.4

# СУЧАСНІ МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В МЕНЕДЖМЕНТІ

# MODERN MATHEMATICAL METHODS, MODELS AND INFORMATION TECHNOLOGIES IN MANAGEMENT

**Левчук К.О.**
кандидат економічних наук,
доцент кафедри охорони праці
та безпеки життєдіяльності,
Дніпродзержинський державний технічний університет

**Галаганов В.О.**
студент,
Дніпродзержинський державний технічний університет

*У статті розглянуто основні напрями розвитку інформаційних технологій у менеджменті. Проаналізовано математичні методи та моделі, які застосовуються під час прийняття управлінських рішень. Установлено переваги та недоліки окремих економіко-математичних та економетричних методів та моделей. Досліджено фактори, що впливають на зміщення оцінки параметрів економіко-математичних моделей, і надано рекомендації стосовно нівелювання або мінімізації їхнього впливу.*

***Ключові слова:*** *економіко-математичне моделювання, економетрична модель, кореляційно-регресійний аналіз, економічне прогнозування, параметричне зміщення, об'єктивне оцінювання, мультиколінеарність, гетероскедастичність.*

*В статье рассмотрены основные направления развития информационных технологий в менеджменте. Проанализированы математические методы и модели, используемые при принятии управленческих решений. Установлены преимущества и недостатки отдельных экономико-математических и эконометрических методов и моделей. Исследованы факторы, влияющие на смещение оценки параметров экономико-математических моделей, и даны рекомендации по нивелированию или минимизации их влияния.*

***Ключевые слова:*** *экономико-математическое моделирование, эконометрическая модель, корреляционно-регрессионный анализ, экономическое прогнозирование, параметрическое смещение, объективная оценка, мультиколлинеарность, гетероскедастичность.*

*The article shows basic directions of development of information technologies in management. Analyzed mathematical methods and models used in decision making. Established pros and cons of certain economic-mathematical and econometric methods and models. Researched factors influencing the shift of evaluation parameters mathematical economic models and provided recommendations for leveling or minimize their impact.*

***Keywords:*** *mathematic economic modeling, econometric model, correlation and regression analysis, economic forecasting, parametric bias, objective assessment, multicollinearity, heteroscedasticity.*

**Постановка проблеми** у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Менеджмент як система управління економічними процесами є необхідним складником повноцінного розвитку підприємства. Та для прийняття ефективних управлінських рішень необхідно заздалегідь знати, як заплановані трансформації вплинуть на економічне та фінансове становище суб'єкта господарювання, на тенденції його розвитку у короткостроковій та довгостроковій перспективах. Ключем для вирішення даного питання слугує економіко-математичний та економетричний інструментарій, який дає можливість проаналізувати процеси і фактори, які впливають на підприємство, провести ретроспективне і перспективне прогнозування. Під час проведення економіко-математичного моделювання та прогнозування необхідно визначити структурні елементи, які впливають на точність проведених розрахунків, і створити умови для їх нівелювання або мінімізації.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій,** в яких започатковано розв'язання даної проблеми і на які спирається автор. Дане питання викликає інтерес як у наукових колах, так і серед менеджерів, які займаються управлінням підприємством або його структурними підрозділами. Питан-

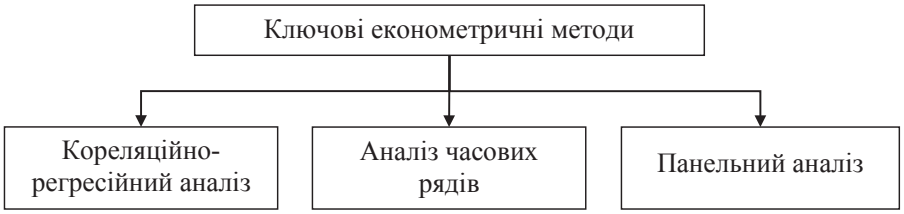


**Рис. 1. Класифікація економетричних методів**

ням економетричного моделювання займалися такі дослідники, як С. Хайманс та В. Грін [1; 2]. Серед вітчизняних учених слід виділити роботи О.Л. Лещинського та В.В. Рязанцевої [4].

Формулювання цілей статті **(постановка завдання)**. Метою даної статті є дослідження провідних економіко-математичних та економетричних методів та моделей, визначення їхнього впливу на ефективність прийняття управлінських рішень, установлення основних факторів, які впливають на зміщення параметрів оцінок економетричної моделі і знижують ефективність її використання, надання рекомендацій щодо нівелювання або мінімізації впливу даних факторів на економіко-математичну модель.

**Виклад основного матеріалу дослідження** з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Для більш об'єктивного дослідження даного питання необхідно визначити сутність категорій «економіко-математична модель» та «економетрична модель», установити основи класифікації даних комплексних категорій та дослідити фактори, що впливають на зміщення даних моделей.

Згідно з визначенням сучасної наукової термінології, економіко-математична модель (ЕММ) – це математичний опис економічного об'єкта або процесу з метою їх дослідження та управління ними; математичний запис розв'язуваної економічної задачі [6, с. 37].

Економетрична модель – це статистична модель, яка є засобом прогнозування значень визначених змінних, які називаються ендогенними мінними, або регресантами.

Дослідження економіко-математичних та економетричних моделей проводиться шляхом використання специфічного математичного інструментарію, який має назву «економетричні методи». Як комплексна економічна категорія економетричні методи являють собою неекспериментальні методи оцінювання і полягають у спільному застосуванні математичного, статистичного та економічного інструментарію до аналізу емпіричних даних для оцінки ефекту програми.

Економетричні методи розмежовуються залежно від умов їх використання і мають таку класифікацію (рис. 1).

Кореляційно-регресійний аналіз є провідним економетричним методом у менеджменті. Кореляційно-регресійний аналіз – це побудова та аналіз економіко-математичної моделі у вигляді рівняння регресії (рівняння кореляційного зв'язку), що виражає залежність результативної ознаки від однієї або кількох ознак-факторів і дає оцінку міри щільності зв'язку. Правильне застосування кореляційних методів дає змогу зрозуміти глибинну сутність процесів взаємозв'язків. Кореляційні зв'язки виявляються не в кожному окремому випадку, а в середньому для багатьох випадків. У цих зв'язках між причиною і наслідком немає повної відповідності, а спостерігається лише певне співвідношення. Кореляційно-регресійний аналіз складається з таких етапів:

– попередній (апріорний) аналіз;
– збирання інформації та її первинна обробка;
– побудова моделі (рівняння регресії);
– оцінка й аналіз моделі [1, с. 326].

Використання методу кореляційно-регресійного аналізу дає змогу вирішити такі основні завдання:

1) встановити характер і тісноту зв'язку між досліджуваними явищами;

2) визначити і кількісно виміряти ступінь впливу окремих факторів і їх комплексу на рівень досліджуваного явища;

3) на підставі фактичних даних моделі залежності економічних показників від різних факторів розраховувати кількісні зміни аналізованого явища під час прогнозування показників і створити основу для об'єктивного прийняття ефективних рішень щодо управління підприємством [8, с. 107].

Кореляційно-регресійний аналіз ґрунтується на побудові кореляційного поля та лінійних моделей, на основі яких проводиться прогнозування економічних процесів та приймаються рішення.

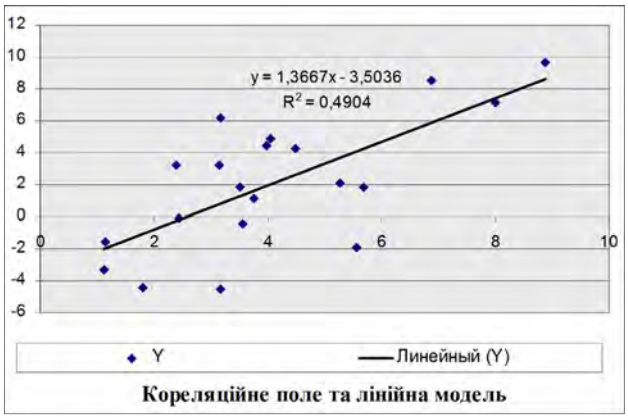


**Рис. 2. Кореляційне поле та лінійна моделі на прикладі доходів та споживання домогосподарства**

Необхідно чітко розрізняти відмінність між кореляційною та функціональною залежністю статистичних показників, адже неправильний вибір специфікації моделі призведе до некоректних розрахунків і, як наслідок, неправильних трансформацій.

У разі функціонального зв'язку зміна однієї ознаки чи показника на певну величину викликає за собою зміни другої ознаки чи показника на чітко визначену величину. Такого роду залежність в її чистому вигляді зустрічається в математиці, фізиці, хімії. За кореляційної залежності будь-кому значенню однієї змінної величини може відповідати декілька чи навіть безліч різноманітних, тобто варіюючих, значень іншої змінної величини.

Головна відмінність кореляційної залежності від функціональної полягає в тому, що функціональний зв'язок має місце в кожному окремому випадку спостереження, а кореляційний – проявляється так само лише в середньому або в цілому для всієї даної сукупності спостережень і є неточним щодо окремих спостережень [7, с. 78].

Необхідно зазначити, що на об’єктивність тієї чи іншої економетричної моделі впливає низка факторів, найбільш суттєвими з яких є такі:

– уведення в модель не всіх пояснюючих змінних;

– неправильний вибір функціональної форми моделі;

– агрегування змінних;

– помилки вимірювань;

– обмеженість статистичних даних.

Окрім кореляційно-регресійного аналізу в менеджменті використовується аналіз часових рядів, який являє собою сукупність математико-статистичних методів аналізу, призначених для структури часових рядів і для їх прогнозування.

Виділяють дві основні мети аналізу часових рядів: визначення природи ряду і прогнозування майбутніх значень часового ряду по теперішнім і минулим значенням. Дані цілі вимагають, щоб модель ряду була ідентифікована і формально описана. Як тільки модель визначена, з її допомогою можна інтерпретувати представлені дані. Незважаючи на об’єктивність розуміння і справедливість теорії, низку статистичних даних можна екстраполювати на основі знайденої моделі, тобто передбачити його майбутні значення.

Часові ряди досліджуються з різними цілями. В одному ряді випадків буває достатньо отримати опис характерних особливостей ряду, а в іншому ряді випадків потрібно не тільки передбачати майбутні значення часового ряду, а й управляти його поведінкою. Метод аналізу часового ряду визначається, з одного боку, цілями аналізу, а з іншого – ймовірнісною природою формування його значень.

Найпоширеніші методи аналізу часових рядів:

– спектральний аналіз – дає змогу знаходити періодичні складники часового ряду;

– кореляційний аналіз – дає змогу знаходити суттєві періодичні залежності і відповідні їм затримки (лаги) як усередині одного ряду (автокореляція), так і між кількома рядами (кроскореляція);

– моделі авторегресії і ковзного середнього – моделі, орієнтовані на опис процесів, що виявляють однорідні коливання, порушувані випадковими впливами. Дають змогу передбачати майбутні значення ряду;

– багатоканальні моделі авторегресії і ковзного середнього – моделі застосовуються ТОДІ, коли є кілька корельованих між собою часових рядів. У них є коливання, порушувані однією причиною. Дають змогу передбачати майбутні значення ряду;

– сезонна модель Бокса-Дженкінса – застосовується, коли часовий ряд містить явно виражений лінійний тренд і сезонні складники. Дає змогу передбачати майбутні значення ряду. Модель була запропонована у зв'язку з аналізом авіаперевезень;

– прогноз експоненціально зваженим ковзним середнім – найпростіша модель прогнозування часового ряду. Застосовується в багатьох випадках, у тому числі охоплює модель ціноутворення на основі випадкових коливань [3, с. 146].

Важливим елементом аналізу часового ряду є прогнозування його майбутніх (екстраполяція) або відновлення пропущених (інтерполяція) значень і визначення точності цього прогнозу на базі підібраної моделі. Точно підібрати математичну модель удається не для всякого часового ряду. Нерідко буває й так, що для опису підходять відразу декілька моделей. Неоднозначність вибору моделі може спостерігатися як на етапі виділення детермінованого компонента ряду, так і під час вибору структури ряду залишків, тому досить часто розробляють декілька прогнозів, зроблених за допомогою різних моделей.

Панельний економетричний аналіз є підрозділом економетрики, що досліджує й аналізує панельні дані, які представляють собою простежені в часі просторові мікроекономічні вибірки, тобто ті, що складаються зі спостережень одних і тих же економічних одиниць, які здійснюються в послідовні періоди часу.

Панельні дані нараховують три виміри: ознаки, об'єкти, час. Їхнє використання дає низку істотних переваг під час оцінки параметрів регресійних залежностей, оскільки вони дають змогу проводити як аналіз часових рядів, так і аналіз просторових вибірок. За допомогою подібних даних вивчають бідність, безробіття, злочинність, а також оцінюють результативність державних програм у сфері соціальної політики в макроекономіці та аналізують ефективність прийняття управлінських рішень на рівні підприємства.

Кожен із вищевказаних методів дає змогу проаналізувати статистичні дані та на їх основі провести перспективне та ретроспективне про-

**Рис. 3. Фактори, що негативно впливають на економетричну модель**

гнозування. Але необхідно зазначити, що на кожний із даних методів аналізу впливає цілий спектр факторів, які знижують ефективність використання даних методів у менеджменті. Перелік основних факторів негативного впливу на економетричну модель ілюструє рис. 3.

Автокореляція – статистичний взаємозв'язок між послідовностями величин одного ряду, взятими зі зсувом для випадкового процесу, зі зрушенням за часом. Наявність автокореляції випадкових помилок регресійній моделі призводить до погіршення якості МНК-оцінок параметрів регресії, а також до завищення тестових статистик, за якими перевіряється якість моделі (тобто створюється штучне поліпшення якості моделі щодо її дійсного рівня точності). Отже, тестування автокореляції випадкових помилок є необхідною процедурою побудови регресійної моделі. Коефіцієнти автокореляції також мають самостійне важливе значення для моделей часових рядів ARMA.

Основними причинами автокореляції є:

– неправильний вибір форми регресійної залежності;

– неврахування в моделі одного або декількох важливих факторів;

– циклічність значень економічних змінних у разі побудови моделі за тимчасовими даними.

Автокореляція може привести до помилкового висновку про несуттєвий вплив досліджуваного фактора на результуючий регресант Y, тоді як насправді вплив фактора на Y є суттєвим.

Для визначення присутності автокореляції в регресійному рівнянні використовують спеціальний коефіцієнт автокореляції, який описується такою формулою:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(y_t - \bar{y}_1) * (y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}(y_t - \bar{y}_1)^2 * \sum_{t=2}^{n}(y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}}$$

Для визначення наявності автокореляції в економетричній моделі використовують експоненціальний коефіцієнт Дарбіна-Уотсона, який виглядає так:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

Значення d-статистики порівнюється з критичними значеннями $d_1$ і $d_2$. При цьому можуть виникнути такі ситуації:

– якщо $d_2<d<(4-d_2)$, то залишки визнаються некорельованими;

– якщо $0<d<d_1$, то є позитивна автокореляція;

– якщо $(4–d_1)<d<4$, то існує негативна автокореляція;

– якщо $d_1<d<d_2$ або $(4–d_2)<d<(4–d_1)$, то це вказує на невизначеність ситуації [4, с. 49].

На основі отриманих показників можна зробити висновок про наявність автокореляції та застосувати математичний інструментарій для мінімізації її впливу на економетричну модель і підвищення ефективності прийнятих рішень.

Не менш важливим залишається питання виявлення гетероскедастичності в економетричній моделі. Гетероскедастичність – це явище, за якого дисперсія залишків є величиною змінною. Якщо дисперсія залишків – величина постійна, то має місце гомоскедастичність. Якщо існує гетероскедастичність залишків, то це спричинюється до того, що оцінки параметрів моделі МНК будуть незміщеними, обґрунтованими, але неефективними. При цьому формулу для стандартної помилки оцінки застосувати не можна. Наявність гетероскедастичності призводить до таких наслідків:

– оцінки коефіцієнтів регресії моделі будуть незміщеними і лінійними;

– оцінки не будуть ефективними (тобто вони не матимуть найменшої дисперсії порівняно з іншими оцінками невідомого параметра). Оцінки не будуть навіть асимптотично ефективними. Збільшення дисперсії оцінок знижує ймовірність отримання максимально точних оцінок;

– дисперсії оцінок параметрів регресії будуть зміщеними;

– висновки, отримані на підставі відповідних t- і F-статистик, а також інтервальні оцінки будуть ненадійними. Це може призвести до визнання статистично незначущих параметрів регресії статистично значущими;

– зростання довірчих інтервалів.

Для нівелювання впливу гетероскедастичності та нормалізації розподілу дисперсії залишків необхідно використати такі методи:

1. Якщо виявлено гетероскедастичність, а дисперсії невідомі, необхідно трансформувати початкову модель для усунення гетероскедастичності.

2. Якщо відомі $\sigma^2_u$, то невідомі параметри регресійної моделі розраховуються за МНК.

3. Якщо невідомі $\sigma^2_u$, але відомий вигляд залежності між $\sigma^2_u$ та однією із незалежних змінних $x_i$, то параметри регресійної моделі розраховуються за УМНК [5, с. 237].

Особливої уваги заслуговує таке явище, як мультиколінеарність. Мультиколінеарність виникає тоді, коли більше ніж два фактори зв'язані між собою лінійною залежністю, тобто має місце

вплив факторів один на одного. Наявність мультиколінеарності буде означати, що деякі фактори завжди будуть діяти взаємозалежно. Іншими словами, коефіцієнт кореляції між цими двома факторами близький або дорівнює 1.

Незважаючи на те що МНК-оцінки за мультиколінеарності є повністю BLUE-оцінками, вона має достатньо негативні практичні наслідки для моделювання.

Першим практичним наслідком мультиколінеарності є велика дисперсія і коваріація оцінок параметрів, обчислених за методом найменших квадратів.

Другим практичним наслідком мультиколінеарності є збільшення інтервалу довіри. Оскільки збільшення коефіцієнту кореляції призводить до збільшення значень середньоквадратичних відхилень параметрів, то збільшується й інтервал довіри до них.

Третім практичним наслідком мультиколінеарності є незначущість t-статистики [2].

До основних засобів вилучення мультиколінеарності з економетричної моделі належать такі:

1. Використання первинної інформації інколи дає змогу уникнути проблеми мультиколінеарності. Для цього виявляється кількісна міра зв'язку між параметрами, відповідно замінюються фактори й отримується модель з кількістю факторів (p–1), де p – попередня кількість факторів.

2. Метод зведення інформації, що передбачає об'єднання міжгалузевої та динамічної інформації. Цей метод був запропонований Джеймсом Тобіном.

3. Вилучення змінної (змінних) і помилка специфікації. Якщо ми маємо мультиколінеарність, то просто можемо вилучити одну з незалежних змінних. Але вилучення змінної з моделі може призвести до помилки специфікації, що виникає через некоректне визначення моделі, що використовується в аналізі. Тоді оцінки будуть зміщені і не будуть BLUE-оцінками.

4. Перетворення змінних.

5. Збільшення спостережень може пом'якшити мультиколінеарність, якщо вибірка була невелика.

6. Розв'язанню проблеми усунення мультиколінеарності факторів може допомогти і перехід до рівняння приведеної формули. Із цією метою в рівняння регресії підставляють фактор, що розглядається, виражений з іншого рівняння [9, с. 54].

**Висновки** з цього дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку. На сьогоднішній економіко-математичний інструментарій є необхідним елементом ефективного менеджменту. Без об'єктивного аналізу та прогнозування складно приймати ефективні рішення. Вплив основних факторів, які впливають на зміщення оцінок параметрів економетричної моделі та на ефективність її застосування, може бути мінімізований або усунений за допомогою специфічних методів та інструментів економетричного аналізу. Використання економіко-математичних та економетричних методів та моделей дасть змогу приймати найбільш ефективні управлінські рішення, які будуть мати позитивні наслідки як у короткостроковій, так і в довгостроковій перспективах.

**БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:**

1. Green W.H. Econometric analysis // W.H. Green. – N.-Y.: Pearson Education. – 2003. – 1026 p.

2. Hymans S.H. Forecasting and Econometric models [Electronic resource]. – Access: http://www.econlib.org/library/Enc/ForecastingandEconometricModels.html

3. Дробышевский С., Носко В. Эконометрический анализ динамических рядов основных макроэкономических показателей / С. Дробышевский, В. Носко. – М.: АГРАФ, 2001. – 172 с.

4. Лещинський О.Л., Рязанцева В.В. Економетрія / О.Л. Лещинський, В.В. Рязанцева. – К.: МАУП, 2003. – 208 с.

5. Назаров М.Г. Курс социально-экономической статистики / М.Г. Назаров. – М.: Юнити-Дана, 2000. – 367 с.

6. Орлов А.И. Эконометрика / А.И.Орлов. – М.: Экзамен, 2002. – 576 с.

7. Семенова Е.Г., Смирнова М.С. Основы эконометрического анализа / Е.Г. Семенова, М.С. Смирнова. – СПб.: ГУАП, 2006. – 172 с.

8. Скляров Ю.С. Введение в эконометрику / Ю.С.Скляров. – СПб.: ГУАП, 2007. – 140 с.

9. Храпов В.Н., Осипов А.Л. Эконометрика / В.Н. Храпов, А.Л. Осипов. – Н.: СибАГС. – 2002. – 173 с.