

РОЗДІЛ 9. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ КАК СРЕДСТВО ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

GENETIC ALGORITHMS AS MEAN OF OPTIMIZATION IS IN ECONOMIC TASKS

УДК 004.021

Будорацкая Т.Л.

старший преподаватель кафедры
«Экономическая
кибернетика и информационные
технологии»

Одесский национальный
политехнический университет

Журавлева Н.М.

старший преподаватель кафедры
«Экономическая
кибернетика и информационные
технологии»

Одесский национальный
политехнический университет

В статье рассмотрены подход и возможность использования генетических алгоритмов для оптимизации показателей в экономических задачах на примере портфеля ценных бумаг. Рассмотрена постановка задачи с описанием алгоритма решения. Приведена схема классического метода по решению задач оптимизации для сравнительного анализа полученных результатов. Сравнения проводились для нескольких наборов данных. Показаны соответствия решений по оптимизации методом генетических алгоритмов к классической опробованной модели Марковица.

Ключевые слова: генетические алгоритмы, мутация, популяция, селекция, генерация, кроссовер, оптимизация, инвестиционный портфель.

У статті розглянуто підхід і можливість використання генетичних алгоритмів для оптимізації показників в економічних задачах на прикладі портфеля цінних паперів. Розглянуто постановку задачі з описом алгоритму рішення. Наведено схему класичного методу рішення задач оптимізації для порівняльного

аналізу отриманих результатів. Порівняння проводилися для декількох наборів даних. Показані відповідності рішень з оптимізації методом генетичних алгоритмів до класичної випробуваної моделі Марковиця.

Ключові слова: генетичні алгоритми, мутація, популяція, селекція, генерація, кросовер, оптимізація, інвестиційний портфель.

In the article approach and possibility of the use of genetic algorithms are considered for optimization of indexes in economic tasks on the example of brief-case of securities. The publication deals with the formulation of the problem with a description of the decision algorithm. A scheme over of classic method is brought in decision of tasks of optimization for the comparative analysis of the got results. Comparisons were made for several sets of data. Accordances of decisions are shown on optimization by the method of genetic algorithms to the classic tested model of Markowitz.

Key words: genetic algorithms, mutation, population, selection, generation, crossover, optimization, investment portfolio.

Постановка проблемы. Одной из проблем современной экономики становится определение оптимизационных показателей в прогнозировании. Под оптимизацией в экономике принято понимать совокупность определенных показателей, при которых достигается наилучшее состояние системы. Часто это достижение наилучшего результатного варианта при наименьших ресурсных затратах. Для нахождения оптимального значения возможны варианты подходы. Обычно используют различные методы математического программирования, и они действительно хороши при строгой постановке задачи с четким заданием переменных, области их возможных изменений. Если же на значения переменных влияют временные характеристики, необходимо использовать другие подходы. Как один из возможных вариантов рассмотрим использование генетических алгоритмов (ГА) на примере получения оптимизационных значений для составления инвестиционного портфеля ценных бумаг. Преимущество генетических алгоритмов – это одновременное подключение многих всевозможных параметров при составлении алгоритма и манипулирование ими.

Анализ последних исследований и публикаций. Как было сказано выше, проблема по

оптимизации экономических показателей в деятельности предприятий является насущной. Рассматриваемая нами задача по оптимизации портфеля ценных бумаг как раз и относится к этим проблемам. Обратим внимание на один из самых интересных и современных вариантов – генетические алгоритмы.

В статье «Обзор и анализ существующих модификаций генетических алгоритмов» Е.С. Меняйлова представлен анализ стандартных схем генетических алгоритмов (ГА), определены их плюсы и минусы [1]. Исследования в этом направлении концентрируются вокруг строгих математических и вероятностных расчетов в применении к ГА, определения экстремальных значений, зависимостей одних показателей и параметров от других. В статье «Существующие подходы к оптимизации современных инвестиционных портфелей ценных бумаг» доказано, что эти алгоритмы обладают следующими преимуществами: устойчивы при определении локальных оптимальных значений; хороши при многоцелевой оптимизации; возможность использования для широкого круга задач; просты в реализации, являются стохастическими и основываются на вероятностных событиях [2].

Популярно представлен в работах Д.И. Батищева алгоритм поиска решений по оптимизации с использованием математической модуляции генетических процессов. Он показывает закономерности наследственности в генетике в переносе на задачи по определению экстремальных значений. Механизм заключается в основополагающей роли генов как элементарных носителей наследственной информации. Д.И. Батищев рассмотрел работу основных «генетических» операторов (схождения, мутации, математическую реализацию кроссовера) и поиск наиболее приспособленной особи [3; 4]. В его работах представлены конкретные примеры с применением математических формул и вычислений, которые основаны на теории генов. В материалах ученого подробно описаны классические генетические операторы, указывается, что каждая задача по оптимизации требует своего подхода, несмотря на общность основных методов. Можно выделить ряд задач, которые выполнялись бы оптимально и служили моделью для определенного типа задач.

Постановка задания. Цель исследования – возможность применения генетических алгоритмов для определения перспективной оценки оптимальных уровней доходности и риска портфеля ценных бумаг. Для подтверждения правильности и достоверности полученных данных проводился сравнительный анализ с данными результатов по классической модели Марковица. Генетические алгоритмы используют методы имитации естественной эволюционной теории. Эти алгоритмы выбирают лучшие варианты из каждой последующей стадии эволюционного процесса. Для реализации нужно сформировать необходимый набор данных (хромосом) инвестиционного портфеля с определенным набором свойств. Следуя теории генетики, используется процесс обмена участками хромосом в родительской паре для рекомбинации, так называемый *метод кроссинговера*. Циклический процесс обмена продолжается до нахождения приемлемого результата.

Изложение основного материала исследования. На современном уровне развития с использованием различных методов, моделей, компьютерной техники, пакетов прикладных программ есть различные варианты решения. Тем не менее, иногда выбрать правильный вариант не всегда представляется возможным. Например, в условиях кризисных и стохастических явлений в экономике. Выбор решения должен учитывать неопределенность, связанную со статистическим характером анализируемых явлений, с неполной информацией, отражаемыми значениями тех или иных факторов.

Как один из вариантов возможного решения – использование теории генетических алгоритмов. Достоинство же – возможность подключения мно-

гих параметров в работе программы и управление ими. Рассмотрим применение теории этих алгоритмов для нахождения предполагаемых оптимальной уровнем доходности и риска портфеля ценных бумаг. Воспользуемся понятиями в теории Чарльза Дарвина, такими как *эволюция, наследственность, хромосомы, изменчивость*.

В генетике заложен закон о выборе более сильных особей. ГА – это методы поиска оптимальных решений с использованием аналогов механизмов генетики. На практике для алгоритмов используют кодирование входных параметров задачи с заданной целевой функции. Единицей анализируемой информации служит определенная популяция особи (хромосома) для выбора наиболее приспособленной по правилам теории вероятности. Это приводит к устойчивости ГА, тем самым давая неоспоримые достоинства метода перед другими технологиями [4]. По теории генетики необходим процесс обмена участками хромосом в родительской паре (рекомбинации), в этом случае используют метод кроссинговера.

Для реализации задачи был разработан алгоритм на основе имитации генной теории (приведен ниже). Реализация проведена с помощью языка объектно-ориентированного программирования C++.

Основные этапы генетического алгоритма по выбору хромосомы удовлетворяющей заданному критерию:

- задание начальных данных для определенного набора хромосом;
- выбранная функция (fitness function) определяет расчет приспособленности для каждой хромосомы популяции на определенном шаге цикла;
- остановка алгоритма при достижении заданного оптимизационного результата функции с определенной точностью;
- выбор хромосом для формирования очередного поколения;
- создание временной популяции – отобранные хромосомы образуют пары с произвольной вероятностью, к примеру – P_s ;
- обмен части генов одной хромосомы с другой;
- вновь созданная популяция возвращается к выбранной функции fitness function для определения нового значения.

Цикл по выбору оптимального значения будет продолжаться до нахождения хромосомы с экстремальными значениями, соответствующими условию. Для реализации алгоритма задействован ряд операторов, основные из которых приведены ниже.

Оператор скрещивания. Он определяет «родительскую» пару, в нашем варианте выбрана схема *инбридинга (inbreeding)*. По этой схеме скрещиваются популяциями с *приближенными кодировками хромосом x^i и x^j* с соблюдением условия:

$$0 < d(x_i^t, x_j^t) \leq d^+, \quad (1)$$

$$d(x_i^t, x_j^t) = \sum_{l=1}^n x_l(a_i^t) \oplus x_l(a_j^t), \quad (2)$$

где a^t и a^j – родительские особи с номерами i и j популяции P^t в момент скрещивания t ;

d^+ – параметр инбридинга, определяющий степень родства особей;

\oplus – операция суммирования по модулю 2.

Схема по формированию замены. Для работы была выбрана простейшая схема, так называемая *поколенческая репродукция*. Замена текущей популяции $P^t = (a_1^t, \dots, a_j^t)$ на новую $P^{t+1} = (a_1^{t+1}, \dots, a_v^{t+1})$ для следующего поколения происходит с помощью оператора *интервала покрытия поколений* – G , где $G > 0$ и $G \leq 1$, и определяет часть g особей, которые должны перейти в новую популяцию.

$$g = C * v, \quad (3)$$

где v – численность популяции P^t и P^{t+1} и установлена на начальных этапах формирования алгоритма.

Число особей копируемых из потомков в новую «дочернюю» популяцию P^{t+1} определяется как $(v - g)$. Такая схема замены называется *элитной поколенческой (elitist generational strategies)* и представлена на рис. 1. Кроме того, самая лучшая особь a^t из поколения P^t сохраняется.

Схема селекции. Селекция – один из основных механизмов алгоритма. В этой схеме важную роль играет функция приспособленности особи – $\mu(a^t)$. Значение функции определяет отбор, как вероятностный, особей a^t из репродуктивного множества R^t в популяции P^t . Эту схему селекции рекомендуется проводить поэтапно с использованием выбранного алгоритма селекции и алгоритма вероятностного отбора [6].

Вначале использовался популярный алгоритм выбора по схеме *пропорциональной селекции*, определяемой выражением (4):

$$n_i^t = \frac{\mu_i}{\mu_{cp}(t)}, \quad (4)$$

где $\mu_i = \mu(a^t)$ – для i -й особи значение функции приспособленности;

$$\mu_{cp} = \frac{1}{|R^t|} \sum_{a \in R^t} \mu(a) \text{ – для множества } R^t \text{ среднее}$$

значение.

Второй этап – применение *стохастического выбора с возвратом*, известный как схема «рулеточного колеса».

Схема *кроссовера*. Для реализации алгоритма был выбран *одноточечный кроссовер* для скрещивания хромосомных пар:

– Подбор пары из возможных кодировок родителей $\chi = (\chi_1, \dots, \chi_l)$ и $\chi' = (\chi'_1, \dots, \chi'_l)$.

– Точка разрыва $r \in \{1, 2, \dots, L - 1\}$ выбирается с некоторой случайной вероятностью <<Eqn023.eps>>.

– Точка r разрывает на части χ и χ' .

– Теперь кодировки состоят из четырех частей: (χ_1, \dots, χ_r) , $(\chi'_{r+1}, \dots, \chi'_l)$, $(\chi'_1, \dots, \chi'_r)$, $(\chi_{r+1}, \dots, \chi_l)$.

– Получились новые «дочерние» кодировки $\chi^1 = (\chi_1, \dots, \chi_r)$, $(\chi'_{r+1}, \dots, \chi'_l)$ и $\chi^2 = (\chi'_1, \dots, \chi'_r)$, $(\chi_{r+1}, \dots, \chi_l)$.

Для сравнительного анализа метод Марковица был реализован с помощью MS Excel. Алгоритм поиска наилучших значений доходности и риска для портфеля акций приведен ниже.

Определение ожидаемой доходности ценной бумаги. На первом этапе формируется база, состоящая из стоимости ряда ценных бумаг портфеля на расчетный период за несколько лет. Они служат отправной точкой для определения доходности каждого финансового инструмента на конкретный период. Определяем его среднюю доходность каждого набора акций.

Определение ожидаемой доходности портфеля. Для этого расчета используется формула:

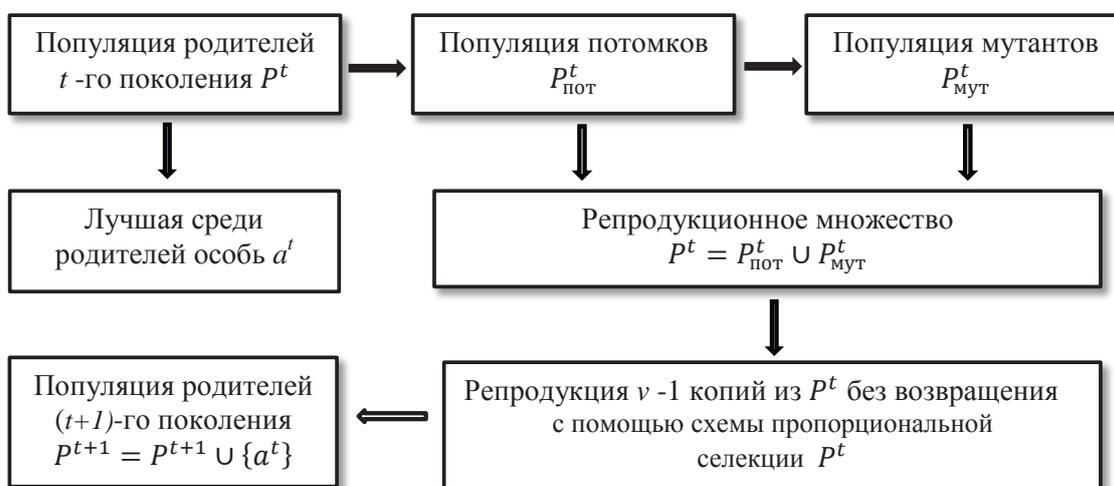


Рис. 1. Элитная поколенческая структура

Источник: составлено авторами по материалам [4]

$$R_p = \sum^m (W_i * R_i), \tag{5}$$

где R_i – ожидаемая доходность i -той бумаги;
 m – количество ценных бумаг в выбранном наборе;

R_p – ожидаемая доходность портфеля;
 W_i – доля i -той бумаги в структуре портфеля.

Вычисление ковариации. Риск характеризуется зависимостью и влиянием одной ценной бумаги на другую. Эту зависимость определяют параметры ковариации и корреляции. Показатель ковариации определяется по формуле (6).

$$Cov_{ij} = \sum (R_i - R_{срi}) * (R_j - R_{срj}) / (n - 1), \tag{6}$$

где $R_{срi}$, $R_{срj}$ – средняя ожидаемая доходность i -той и j -той бумаг;

R_i , R_j – доходность i -той и j -той бумаг;
 n – количество расчетных периодов.

В результате мы получим квадратичную ковариационную матрицу.

Вычисление показателя корреляции. Корреляция обозначает статистическую взаимосвязь двух величин или определенных наборов данных. Для рассматриваемого инвестиционного портфеля корреляцию можно определять как взаимозависимость одной ценной бумаги от другой. Показатель корреляции можно представить как:

$$Cor = \frac{Cov_{ij}}{(\delta_i * \delta_j)}, \tag{7}$$

где Cor – коэффициент корреляции;

Cov_{ij} – показатель ковариация доходности i -той и j -той бумаг;

δ_i – отклонение доходности i -той бумаги;

δ_j – отклонение доходности j -той бумаги.

Показатель риска. Определение этого показателя обычно определяется значением стандартного отклонения, а именно, извлечением из него квадратного корня. Для дисперсии предназначена формула расчета:

$$\delta_i^2 = \frac{\sum (R_i - R_{срi})^2}{n - 1}. \tag{8}$$

Таким образом, стандартное отклонение доходности определяет показатель риска портфеля в соответствии с формулой:

$$\sigma_p = \sqrt{W_i * W_j * Cov_{ij}}, \tag{9}$$

или

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^m W_i^2 * \delta_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m W_i * W_j * Cor_{ij} * \delta_i * \delta_j}, \tag{10}$$

где σ_p – показатель риска для инвестиционного портфеля, остальные обозначения показаны ранее.

Реализация алгоритма проводилась с использованием функций *SumProduct* (*СуммПроизв*) и *Covar* (*Ковар*). Последняя функция относится к инструменту анализа и позволяет получить квадратичную ковариационную матрицу. Расчет риска проведен с помощью функции *MMULT* (*МУМНОЖ*) и реализован в общем виде так:

$$\begin{aligned} & \text{Общий риск портфеля} = \\ & = \text{КОРЕНЬ}(\text{МУМНОЖ}(\text{МУМНОЖ}(\dots))) \end{aligned}$$

Структура портфеля. Определение наилучшего варианта решений. В надстройке «Поиск решений» задается целевая функция с наложением условий на рассчитываемые значения. Ограничения распространялись на значения (удельный вес) бумаг в портфеле, сумма всех долей ценных бумаг равна единице, ссылка на ячейку для оптимизируемого значения и определение ячейки для возможных вариантов изменения. Решение проводилось в двух направлениях:

А. Ограничение по минимальной доходности. В целевой ячейке – формула по степени риска портфеля. Определялись вероятный риск, возможная доходность, доля процентных бумаг в портфеле.

Б. Ограничение по высокому уровню доходности и степени риска. В целевой ячейке – доходность портфеля с ее максимизацией.

Для сравнения формировались портфели из разного количества набора ценных бумаг. Результаты позволили определить степень соответствия расчетов по методике ГА к модели Марковица.

Таблица 1

Соответствие решений по оптимизации для инвестиционного портфеля методом ГА к модели Марковица

Инвестиционный портфель ценных бумаг (акций)					
	Количество компонентов	Показатель соответствия		Количество компонентов	Показатель Соответствия
По уровню прогнозируемой доходности	10	0,98	По уровню прогнозируемого риска	10	0,95
	20	0,98		20	0,93
	30	0,97		30	0,93
	40	0,91		40	0,90
	50	0,87		50	0,86
Усредненный показатель соответствия решений по доходности:				0,942	
Усредненный показатель соответствия решений по риску:				0,914	

Источник: разработка авторов

Сравнение и соотношение решений приведено в таблице 1.

Выводы из проведенного исследования.

Проведенные исследования и сравнительный анализ позволили заключить о получении качественных решений с помощью ГА. Результаты всегда давали эффективное решение как в вариантах портфеля с малым количеством ценных бумаг, так и с большим. Относительная доля отклонений от классического варианта Марковица невелика. Нужно сказать, что в последнем методе используется функция ковариации, которая не всегда может стопроцентно определить зависимость одних составляющих от других. Решение по этому варианту при использовании портфеля из большого количества бумаг довольно громоздко и проигрывает варианту с использованием генетических алгоритмов. В схеме же генетических алгоритмов присутствует выигрыш по скорости обработки данных и простоте решения. Необходимость генетических алгоритмов возрастает при увеличении объема повторяющихся операций при получении оптимизационных значений. Этот метод хорош для оптимизации при использовании ограниченного количества критериальных условий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. Меняйлов Е.С. Обзор и анализ существующих модификаций генетических алгоритмов / Е.С. Меняйлов // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2015. – № 70. – С. 244-254.
2. Филиппов К.В. Существующие подходы к оптимизации современных инвестиционных портфелей ценных бумаг / К.В. Филиппов // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. – 2008. – № 2-2. – С. 279-288.
3. Батищев Д.И. Применение генетических алгоритмов к решению задач дискретной оптимизации. Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Информационные технологии и компьютерное моделирование в прикладной математике» / Д.И. Батищев, Е.А. Неймарк, Н.В. Старостин. – Нижний Новгород: ННГУ, 2007. – 85 с.

4. Батищев Д.И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач: [учеб. пособ.] / Д.И. Батищев. – Воронеж: ВГТУ, 2005.

5. Holland J.H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.

6. Будорацька Т.Л. Генетичні алгоритми у вирішенні економічних задач / Т.Л. Будорацька, Г.Л. Свирипа // *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Економіка: реалії часу і перспективи» (29-30 жовтня 2015 р.)*. – Одеса: ОНПУ, 2015. – С. 32-34.

REFERENCES:

1. Menyaylov Ye. S. (2015). *Obzor i analiz sushchestvuyushchikh modifikatsiy geneticheskikh algoritmov* [Review and analysis of existing modifications of genetic algorithms]. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya – Aerospace engineering and technology*, 70, 240-254 [in Russian].
2. Filippov K. V. (2008). *Sushchestvuyushchie podkhody k optimizatsii sovremennykh investitsionnykh portfeley tsennykh bumag* [Existing approaches to optimization of modern investment portfolio]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten – Mining information-analytical Bulletin*, 2-2, 279-288 [in Russian].
3. Batishchev D. I., Neymark Ye. A. & Starostin N. V. (2007). *Primenenie geneticheskikh algoritmov k resheniyu zadach diskretnoy optimizatsii* [Application of genetic algorithms to the solution of problems of discrete optimization]. *Nizhniy Novgorod: NNGU* [in Russian].
4. Batishchev D. I. (2005). *Geneticheskie algoritmy resheniya ekstremalnykh zadach* [Genetic algorithms for solving extreme problems]. *Voronezh: Izd-vo VGTU* [in Russian].
5. Holland J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: The University of Michigan Press [in English].
6. Budoratska T. L., Sviripa G. L. (2015). *Genetichni algoritmi u virishenni ekonomichnih zadach* [Genetic algorithms in solving economic problems]. *Materiali mizhnarodnoyi naukovo-praktichnoyi konferentsiyi «Ekonomika: realiyi chasu i perspektivi» (29-30 zhovtnya 2015 r.) – Materials of international scientific-practical conference «Economics: time realities and prospects» (29-30 October 2015)*, pp. 32-34. *Odesa: ONPU* [in Ukraine].

Budoratskaya T.L.Senior Instructor at Department of Economic
Cybernetics and Information Technology
Odessa National Polytechnic University**Zhuravlyova N.L.**Senior Instructor at Department of Economic
Cybernetics and Information Technology
Odessa National Polytechnic University

GENETIC ALGORITHMS AS OPTIMIZATION TOOLS IN ECONOMIC TASKS

One of the problems of the modern economy is the solution of optimization problems in forecasting a number of indicators. As one of the possible options for the optimization, the use of genetic algorithms for compiling an investment portfolio of securities is considered. With the help of genetic algorithms, optimization problems are solved using natural evolution methods, such as inheritance, mutation, selection, and crossing-over. Genetic algorithms have become particularly popular due to the work of John Holland in the early 70's and his book «Adaptation in Natural and Artificial Systems». In modern times, with the development of computer technology, this topic becomes relevant, especially when solving combinatorial optimization problems with a large amount of calculations. The lack of genetic methods – they do not guarantee the determination of the total global optimal value for a limited period of time.

Factors, necessary for the optimization of the structure of investment brief-case of securities, are presented in the article. The methods of gene theory as the basis are considered for the creation of genetic algorithms. Possibilities in their classic variant, chosen variant of the algorithm of genetic inheritance, the possibility of programmatic realization are described. The methods of genetics are presented in application to the decided task, such as heredity, changeability, evolution, convergence. As a mathematical method, the method of the special selection, based on the determination of a great number of optimal portfolios, is used. For a comparison of the rightness of decisions by this method, the variant of a model of Markowitz is considered with the realization in MS Excel for the same composition of briefcases. Optimization indexes as criteria were examined a profitableness and risk degree for the different structures of a set of securities. The results obtained do not contain serious deviations from the classic method of Markowitz and, for the row of cases, are even preferably.