

## РОЗДІЛ 10. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

### МЕТОДИКА ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ

### METHODS OF CHOOSING THE OPTIMAL STRUCTURE OF THE INVESTMENT PORTFOLIO

*Статтю присвячено проблемі вибору конкретних фінансових об'єктів для включення в інвестиційний портфель і визначенню оптимальних пропорцій різних видів інвестицій у рамках усього портфеля з урахуванням його основних характеристик (ступінь допустимого ризику, розміри сподіваного прибутку, можливі відхилення від нього тощо). Розглянуто якісні та кількісні аспекти. Наведено приклад практичної реалізації вирішення проблеми за реальними даними. Зроблено розрахунок оптимальної структури портфеля на моделях Г. Марковитца і Д. Тобіна і викладено порівняльний аналіз результатів. На основі аналізу сформульовано рекомендації з визначення результативних стратегій інвестування на фондовому ринку.*

**Ключові слова:** інвестиційний портфель, прибутковість портфеля, ризик портфеля, кореляційний аналіз, оптимізація портфеля.

*Статья посвящена проблеме выбора конкретных финансовых объектов для включения в инвестиционный портфель и определению оптимальных пропорций различных видов инвестиций в рамках всего портфеля с учетом его основных характеристик (степень допустимого риска, размеры ожидаемой прибыли, возможные отклонения от него и пр.). Рассмотрены качественные и количественные аспекты. Приведен пример практической реализации решения*

*проблемы на реальных данных. Произведен расчет оптимальной структуры портфеля на моделях Г. Марковитца и Д. Тобина и дан сравнительный анализ результатов. На основе анализа сформулированы рекомендации по определению результативных стратегий инвестирования на фондовом рынке.*

**Ключевые слова:** инвестиционный портфель, доходность портфеля, риск портфеля, корреляционный анализ, оптимизация портфеля.

*The article is devoted to the problem of choosing specific financial objects for inclusion in the investment portfolio and determining the optimal proportions of various types of investments within the entire portfolio, taking into account its main characteristics (the degree of acceptable risk, the size of the expected profit, possible deviations from it, etc.). Qualitative and quantitative aspects are considered. An example of practical implementation of the solution of the problem with real data is given. The optimal portfolio of the portfolio is calculated on the models of G. Marcovitz and D. Tobin and a comparative analysis of the results is given. Based on the analysis, recommendations are formulated to determine effective investment strategies in the stock market.*

**Key words:** investment portfolio, portfolio return, portfolio risk, correlation analysis, portfolio optimization.

УДК 330.42

**Андрієнко В.М.**

к.е.н., доцент кафедри економічної кібернетики та інформаційних технологій  
Одеський національний політехнічний університет

**Постановка проблеми.** Інвестиційний портфель являє собою сукупність різних типів цінних паперів (акції, облігації, ф'ючерси тощо). Сенс портфеля – поліпшити умови інвестування, додавши сукупності цінних паперів такі інвестиційні характеристики, які недосяжні з позиції окремо взятого цінного паперу і можливі тільки за їх комбінації [1].

При цьому виникає проблема оцінки показників, які могли б дати повне уявлення про ефективність портфеля.

Показниками, що характеризують портфель цінних паперів, є:

- прибутковість;
- ризик;
- структурний і кількісний склад (типи активів, емітенти, кількість активів і пропорції між ними).

Прибутковість і ризик залежать від структурного і кількісного складу портфеля. У зв'язку із цим виникає завдання оптимізації портфеля цін-

них паперів, тобто формування такого портфеля (за структурою і кількісним складом), який би відповідав вимогам інвестора як за прибутком, так і за ризиком. Одним із дієвих методів оцінки під час складання оптимального інвестиційного портфеля є моделювання. Моделювання дає змогу в короткі терміни отримати необхідні інвестиційні характеристики майбутнього портфеля залежно від кон'юнктури ринку. Однак слід зазначити, що перед моделюванням повинен бути етап підготовки даних, і на цьому етапі можна вплинути на характеристики портфеля, зокрема знизити його ризик. Аналіз емпіричних даних має велике значення у формуванні портфеля. Методика вибору інвестиційних об'єктів повинна враховувати аналіз і моделювання в комплексі. Наявні методики спрямовані, перш за все, на застосування інформаційних технологій під час моделювання [2–6], а аналітичну частину, як правило, не включають або включають тільки окремі питання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

У статті [2] використовується генетичний алгоритм для побудови часток синтетичного портфеля інструментів з оптимальним темпом зростання капіталу за заданого обмеження на коливання портфеля, EVAR і час між ребалансуванням портфеля.

У статтях [3; 4] розглянуто прикладі розрахунку інвестиційного портфеля цінних паперів в Excel відповідно до моделей Марковітца і Тобіна. Тут автор статей розглядає деякі питання попереднього аналізу. Він урахує коефіцієнт кореляції між прибутковістю цінних паперів, а також застосує принцип диверсифікації, який полягає у розподілі капіталу між цінними паперами компаній різних галузей і видів діяльності.

Автори статті [5] уперше вирішують задачу оптимізації портфеля цінних паперів за моделями Марковітца і Тобіна засобами Python. На порівняльному прикладі з математичним пакетом Mathcad показані переваги бібліотеки scipy optimize minimize.

У роботі [6] розглядається схема комплексу програм зі створення оптимального портфеля цінних паперів. Наведено різні методики розрахунку ефективного портфеля, розроблені вітчизняними та зарубіжними вченими в теорії прийняття інвестиційних рішень. Обґрунтовано необхідність процесу диверсифікації портфеля за принципом мінімуму ризику і максимуму прибутковості. Також згадуються питання вибору емітентів і кількісного складу портфеля.

**Постановка завдання.** Метою цієї публікації є вдосконалення методик оптимізації портфеля цінних паперів.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Розглянемо комплексну методику аналізу і моделювання щодо вибору оптимальної структури інвестиційного портфеля на реальних даних. Загальну схему оптимальної диверсифікації інвестиційного портфеля на фондовому ринку можна розбити на такі етапи:

1. На ринку вибирається певна кількість емітентів і активів, бажано з різних галузей виробництва.

2. Визначається часовий інтервал і з веб-сайту (наприклад, [www.finam.ru](http://www.finam.ru)) отримують дані за ціною вибраних активів на вибраному інтервалі.

3. Обчислюються відносні прибутковості активів.

4. Обчислюються коефіцієнти кореляції між активами й активів із ринком.

5. Виключаються активи, що мають високу кореляцію з ринком або з іншими активами.

6. За активами, що залишилися, визначаються математичне сподівання прибутковості і стандартне відхилення (волатильність) за весь період.

7. Виключаються активи, котрі мають від'ємну прибутковість і високу волатильність.

8. Обчислюються оптимальні частки активів у портфелі на різних моделях.

9. Обчислюються VaR-оцінки оптимальних портфелів.

10. Результати оптимізаційних моделей і VaR-оцінки порівнюються та вибирається найбільш переважний для інвестора варіант.

Розглянемо приклад оцінки інвестиційних портфелів із використанням Excel.

Сучасна теорія і практика свідчать про те, що оптимальна диверсифікація досягається за кількості в портфелі від 8 до 20 різних видів цінних паперів [7]. Подальше збільшення складу портфеля недоцільно, оскільки воно призводить до значних витрат на диверсифікацію. Витрати з управління надмірно диверсифікованим портфелем не дадуть бажаного результату, тому для аналізу портфеля вибрано акції десяти компаній різних секторів економіки: *Boeing, Adobe, Bank of America, Exxon Mobil, IBM, Walmart, Chevron, Citigroup, McDonalds*. Дані за цінами акцій отримані з офіційного сайту АТ «Інвестиційний холдинг «ФІНАМ» [www.finam.ru](http://www.finam.ru). Використано щомісячні ціни акцій фондової біржі США NASDAQ на закінчення торгівлі за 2013–2015 рр. Дані цін активів та індексу NASDAQ розташовані в Excel в діапазоні A5:L40 на аркуші П1.

Слід зазначити, що коректність розрахунків досягається тільки за підпорядкування даних нормальному закону розподілу. Для цін активів така вимога, як правило не виконується, але вона виконується для логарифмів прибутковості. Тому для подальших розрахунків перейдемо до логарифмів прибутковості акцій, виражених у процентах, за формулою:

$$R_t = \ln \frac{A_t}{A_{t-1}} * 100, \quad (1)$$

де  $R_t$  – прибутковість,  $A_t, A_{t-1}$  – відповідно поточне і попереднє значення цін акцій.

Дані прибутковості розташовані в діапазоні A78:L114 на аркуші П1.

Для визначення кореляцій між активами компаній та фондовим ринком скористаємося надбудовою Excel. Для цього зайдемо в «Главное меню» → «Данные» → «Анализ данных» → «Корреляция» (рис. 1). У вікні програми вибираємо вхідний інтервал – діапазон комірок, у яких розташовані значення прибутковості акцій та фондового індексу NASDAQ. У цьому разі це діапазон  $\$A\$78:\$L\$114$  (рис. 1). В опції «Группирование» вибираємо «по столбцам».

Результати розрахунків кореляцій представлені на рис. 3.

На рис. 3 кореляції акцій компаній з індексом NASDAQ знаходяться в останньому рядку матриці. З рисунку видно, що кореляція між акціями слабка, але існує група компаній, акції яких мають високу

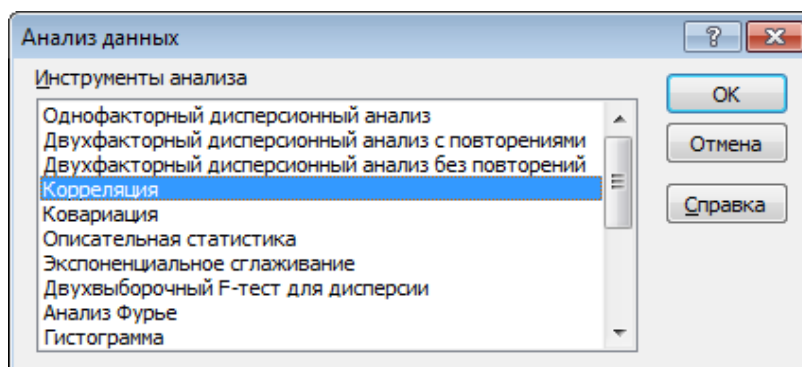


Рис. 1. Вибір програми «Корреляция» в Excel

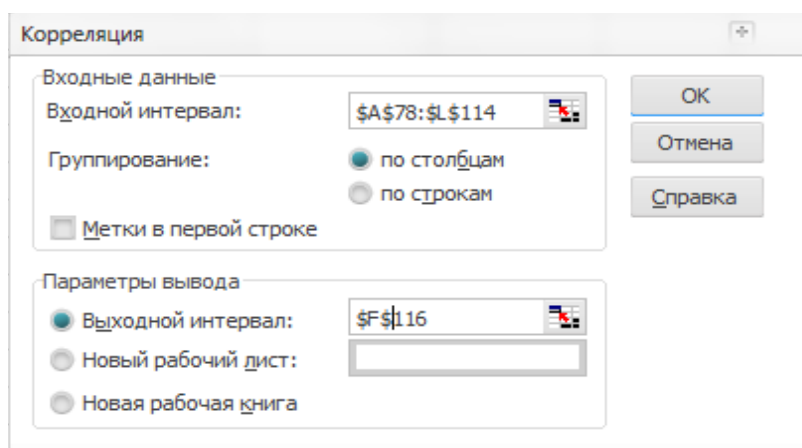


Рис. 2. Діалогове вікно програми «Корреляция»

	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
116		Boeing	Adobe	Bank of America	Exxon Mobil	IBM	Walmart	Chevron	Procter@Gamble	Citigroup	McDonalds	Nasdaq
117	Boeing	1										
118	Adobe	0,286	1									
119	Bank of America	0,439	0,212	1								
120	Exxon Mobil	0,597	0,378	0,242	1							
121	IBM	-0,067	0,020	0,163	-0,107	1						
122	Walmart	0,155	0,072	0,205	-0,160	0,154	1					
123	Chevron	0,501	0,165	0,009	0,230	-0,017	0,072	1				
124	Procter@Gamble	0,144	0,201	0,295	0,249	0,232	-0,265	0,070	1			
125	Citigroup	0,282	0,345	0,215	0,153	0,036	0,125	0,205	0,027	1		
126	McDonalds	0,065	0,143	0,246	0,158	0,014	0,067	0,038	0,094	0,061	1	
127	Nasdaq	-0,835	0,207	0,377	0,235	0,159	0,354	-0,011	-0,003	0,887	0,958	1

Рис. 3. Кореляційна матриця прибутковостей

кореляцію з індексом ринку (Citigroup, McDonalds). Активи цих компаній потрібно виключити з розрахунків. Дані, що залишилися, перенесемо на новий аркуш Excel (П2) в комірки B5:Q38 (рис. 4).

Далі визначаємо математичне сподівання  $m_i$  і стандартне відхилення  $\sigma_i$  прибутковості з кожної акції, що залишилася. Для цього застосуємо формули Excel. Формули вводимо, відповідно, до табл. 1.

Оскільки акції IBM мають від'ємну прибутковість, не будемо враховувати їх у подальших розрахунках (рис. 4).

Математичні сподівання акцій  $m_i$  інтерпретуються як сподівані відносні прибутки вкладення в актив, а стандартне відхилення  $\sigma_i$  – як міри ризику вкладення в актив.

Для цінних паперів компаній, що залишилися, знайдемо оптимальні частки в портфелі. Для цього побудуємо модель Марковітца.

Модель Марковітца дає змогу виконати дві задачі [3; 4; 9]:

– формування інвестиційного портфеля з мінімальним ризиком за заданого рівня його прибутковості;

– формування інвестиційного портфеля з максимальною прибутковістю за заданого рівня його ризику.

Розглянемо спочатку перший варіант моделі. Введемо такі позначення:  $m = (m_i)_{i=1,n}$  – вектор-стовпець прибутковостей,  $x = (x_i)_{i=1,n}$  – вектор-стовпець часток акцій,  $1 = (1)_{i=1,n}$ , – одиничний стовпець.

Тоді модель можна записати в матричній формі:

$$\begin{cases} V_{\pi} = x^T V x \rightarrow \min, \\ m^T x = m_{\pi}, \\ 1^T x = 1, \end{cases} \quad (2)$$

де  $m_{\pi}$  – прибутковість портфеля,  $V_{\pi}$  – дисперсія портфеля,  $V = \{V_{ij}\}_{i,j=1}^n$  – коваріаційна матриця прибутковостей,  $^T$  означає операцію транспонування.

Задача має рішення, якщо коваріаційна матриця  $V$  строго додатно означена, тобто  $\det V \neq 0$ , і існує обернена матриця  $V^{-1}$ .

Візьмемо рівень прибутковості портфеля  $m_{\pi} \geq 2\%$  та будемо розв'язувати задачу для

невід'ємних часток, тобто  $x \geq 0$ . Для оцінки рівня ризику всього інвестиційного портфеля  $V_{\pi}$  скористаємося надбудовою «Анализ данных» в Excel. Для цього зайдемо в «Главное меню» → «Данные» → «Анализ данных» → «Ковариация». Подальші дії аналогічні тим, що проводилися під час обчислення кореляцій. Оскільки коваріаційна матриця симетрична, то в результаті будуть отримані тільки елементи матриці, розташовані під головною діагоналлю як у кореляційній матриці (рис. 3). Для подальших розрахунків матрицю слід доповнити. Щоб зберегти дані у відсотках, необхідно кожне число коваріаційної матриці помножити на  $100^2=10000$  (рис. 5). Матрицю слід розмістити на новому аркуші, наприклад ПЗ.

Розв'язання оптимізаційної задачі проводиться за допомогою надбудови «Поиск решения» на аркуші, де розташована коваріаційна матриця. Спочатку потрібно виконати такі дії:

– діапазону, в якому знаходиться коваріаційна матриця, присвоїти ім'я  $V$ ;

	В	С	Д	Е	З	И	К	Л	М	Н	О	Р	Q			
1	Анализ выходных данных для расчета портфеля															
2	Цены акций						Прибыткости									
3																
4	Procter & Gamble	Adobe	Bank of America	Exxon Mobil	Boeing	Walmart	Chevron	IBM	Procter & Gamble	Adobe	Bank of America	Exxon Mobil	Chevron	Boeing	Walmart	IBM
5	75,15	37,84	11,315	89,86	73,88	65,95	125,68	203,11								
6	76,18	39,3	11,22	89,43	76,91	70,85	147,12	200,84	1%	4%	-1%	0%	16%	4%	1%	-1%
7	77,01	43,51	12,17	90	85,86	74,8	148,80	213,37	1%	10%	8%	1%	1%	11%	5%	6%
8	76,72	45,08	12,28	88,77	91,4	71,71	149,79	202,52	0%	4%	1%	-1%	1%	6%	4%	-5%
9	76,78	42,92	13,68	90,48	99,2	74,83	152,77	208,25	0%	-5%	11%	2%	2%	8%	-4%	3%
10	76,98	43,56	12,85	89,94	102,34	76,46	158,16	190,97	0%	6%	-6%	-1%	3%	3%	0%	-9%
11	80,69	47,29	14,6	93,81	105,13	78,03	166,00	195,13	5%	4%	13%	4%	5%	3%	5%	2%
12	77,86	45,755	14,135	87,04	117,46	72,94	160,42	182,27	-4%	-3%	-3%	-7%	-3%	11%	-7%	-7%
13	75,59	51,96	13,8	86,05	130,6	73,95	161,46	185,29	-3%	13%	-2%	-1%	1%	11%	1%	2%
14	80,78	54,21	13,96	89,68	134,19	76,78	159,99	179,1	7%	4%	1%	4%	-1%	3%	4%	-1%
15	84,15	56,86	15,83	93,44	136,53	81,01	162,29	179,68	4%	5%	13%	4%	1%	2%	5%	0%
16	81,41	59,89	15,57	101,21	125,28	78,69	164,50	187,51	-3%	5%	-2%	8%	2%	-9%	-1%	4%
17	76,6	59,18	16,76	92,11	128,88	74,69	171,61	176,63	-6%	-1%	7%	-9%	4%	3%	-5%	-6%
18	78,66	68,7	16,515	96,31	125,5	76,79	176,33	185,21	3%	15%	-1%	4%	2%	-2%	0%	3%
19	80,61	65,74	17,215	97,68	135,5	76,44	178,51	192,71	2%	-4%	4%	1%	2%	8%	2%	4%
20	82,54	61,71	15,15	102,3	127,07	79,71	155,54	196,46	2%	-6%	-13%	5%	-14%	-6%	4%	2%
21	80,8	64,59	15,13	100,52	120,47	76,77	152,78	184,48	-2%	4%	0%	-2%	-2%	-5%	-4%	-6%
22	78,57	72,35	15,17	100,62	126,76	75,04	150,51	181,24	-3%	11%	2%	0%	-1%	5%	-2%	-2%
23	77,38	89,18	15,255	98,95	127,92	75,61	189,45	191,69	-2%	-4%	-1%	-2%	23%	1%	-2%	6%
24	83,1	71,9	16,08	99,46	134,96	75,53	189,35	192,28	7%	4%	5%	1%	0%	5%	3%	0%
25	83,24	85,2	17,065	94,08	129,95	76,48	181,86	189,87	1%	-4%	6%	-6%	0%	-3%	1%	-1%
26	87,24	73,08	17,14	98,38	143,43	76,24	188,93	184,31	4%	1%	0%	3%	-4%	11%	0%	-14%
27	90,49	73,09	17,25	95,39	150,22	81,56	182,16	182,12	4%	5%	-1%	-1%	4%	3%	14%	-1%
28	91,11	72,7	17,5	92,44	143,27	83,9	182,41	180,44	1%	-1%	5%	-3%	-4%	-5%	-2%	-1%
29	84,34	70,16	15,15	87,25	140,7	84,97	186,73	193,31	-6%	-4%	-17%	-6%	0%	-2%	-1%	-5%
30	85,89	79,12	15,8	88,56	139,84	85,92	195,71	181,98	1%	12%	4%	1%	2%	-1%	-1%	6%
31	82,86	74,84	15,405	85,08	144,18	82,4	191,06	180,75	-4%	-7%	-3%	-4%	4%	4%	-2%	-1%
32	79,49	76,86	15,925	87,38	130,69	78,06	193,01	171,1	-1%	8%	3%	3%	-5%	-10%	-5%	6%
33	78,53	79,15	16,53	85,46	130,57	74,35	196,61	189,93	-1%	4%	4%	-2%	1%	0%	-5%	-1%
34	78,4	81,18	17,065	83,46	148,15	71,02	198,42	183,09	0%	3%	3%	-2%	2%	12%	-5%	-4%
35	76,71	82,81	17,895	79,25	145,64	71,99	198,01	181,96	-2%	1%	5%	-5%	1%	-2%	1%	-1%
36	70,68	78,64	16,323	75,29	144,19	74,73	199,89	147,95	-6%	-4%	-9%	-5%	0%	-1%	4%	-9%
37	71,8	82,245	15,56	74,255	144,25	77,27	199,49	144,92	2%	4%	-5%	-1%	0%	0%	3%	-2%
38	76,4	88,88	16,75	92,84	144,43	78,8	198,35	140,12	6%	8%	8%	22%	0%	0%	2%	-2%
39	Математичне сподівання $m_{\pi}$							0,050%	2,581%	1,196%	0,10%	1,89%	2,03%	0,88%	-1,12%	
40	Стандартне відхилення $\sigma$							3,83%	5,76%	6,54%	5,56%	5,79%	5,81%	4,20%	4,88%	
41																

Рис. 4. Основні характеристики прибутковостей

Таблиця 1

Відповідність комірок і формул Excel

Показники	Комірка	Формула Excel
Математичне сподівання	J39	=CPЗНАЧ(І5:І38) формула копіюються в комірки K39:Q39
Стандартне відхилення	J40	=СТАНДОТКЛОН(І5:І38) формула копіюються в комірки K39:Q39

- задати діапазон комірок середніх значень  $m$ , і присвоїти йому ім'я  $m$ ;
- виділити діапазон комірок для значень  $x$ , і присвоїти йому ім'я  $x$ ;
- виділити діапазон комірок для одиничного стовпця і присвоїти йому ім'я  $e$ ;
- задати комірку для цільової функції, тобто в будь-яку вільну комірку ввести формулу  $x^T V x$ , що відображає мету завдання – дисперсію портфеля;
- задати обмеження, тобто у вільні комірки ввести формули обмежень моделі:  $m^T x$  – прибутковість портфеля,  $1^T x$  – сума часток акцій.

Для присвоєння імені треба виконати таке:

1. Виділити діапазон, якому треба присвоїти ім'я.
2. У меню «Вставка» вказати на пункт «Імя» і вибрати команду «Присвоїть».
3. Ввести ім'я у діалоговому вікні «Присвоїть імя» (рис. 6).
4. Натиснути ОК.

Діапазонам B2:H8, B11:B17, B20:B26 і D11:D17 додано відповідно імена  $V, m, x$  і  $e$  (рис. 7).

Матричні формули моделі (2) слід реалізувати за допомогою спеціальних функцій Excel МУМНОЖ і ТРАНСП. Їх потрібно вводити як формули масивів, тобто перш ніж набрати формулу, потрібно натиснути кнопку F2 на клавіатурі, а для введення формули натиснути одночасно комбінацію кнопок Ctrl+ Shift+ Inter. Нижче наведено табл. 2 відповідності комірок, матричних формул і Excel-формул.

Вводимо формули в комірки відповідно до табл. 3. Заходимо в «Главное меню» → «Данные» → «Поиск решения» (рис. 7).

У діалоговому вікні «Поиск решения» (рис. 7) вказати адресу цільової комірки, вказати, що комірка повинна прийняти мінімальне значення, і вказати діапазон  $x$  змінних комірок.

Далі потрібно натиснути кнопку «Добавить» для введення обмежень і заповнити поля в діало-

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		<i>Procter @Gamble</i>	<i>Adobe</i>	<i>Bank of America</i>	<i>Exxon Mobil</i>	<i>Chevron</i>	<i>Boeing</i>	<i>Walmart</i>
2	<i>Procter @Gamble</i>	13,44	5,69	10,02	11,54	-1,31	3,24	7,34
3	<i>Adobe</i>	5,69	30,57	7,25	11,30	0,54	1,98	3,71
4	<i>Bank of America</i>	10,02	7,25	39,50	8,02	5,55	7,06	0,21
5	<i>Exxon Mobil</i>	11,54	11,30	8,02	28,53	-3,23	-4,93	4,97
6	<i>Chevron</i>	-1,31	0,54	5,55	-3,23	30,73	4,83	-0,40
7	<i>Boeing</i>	3,24	1,98	7,06	-4,93	4,83	31,06	1,55
8	<i>Walmart</i>	7,34	3,71	0,21	4,97	-0,40	1,55	16,11

Рис. 5. Коваріаційна матриця



Рис. 6. Діалогове вікно «Присвоение имени»

Таблиця 2

Відповідність комірок, матричних формул і формул Excel

Показник	Комірка	Матрична формула	Формула Excel
Дисперсія портфеля	C28	$x^T V x$	=МУМНОЖ(ТРАНСП(m);x)
Прибутковість портфеля	D30	$m^T x$	=МУМНОЖ(ТРАНСП(x);МУМНОЖ(V;x))
Умова для $x$	D32	$1^T x = 1$	=МУМНОЖ(ТРАНСП(e);x)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
9										
10	Середня прибутковість (вектор $m$ )			Одиничний стовпець (e)						
11	$m_1$	0,05		1						
12	$m_2$	2,58		1						
13	$m_3$	1,20		1						
14	$m_4$	0,01		1						
15	$m_5$	1,39		1						
16	$m_6$	2,03		1						
17	$m_7$	0,36		1						
18										
19	Частини акцій (вектор $x$ )									
20	$x_1$	0,00								
21	$x_2$	0,42								
22	$x_3$	0,02								
23	$x_4$	0,00								
24	$x_5$	0,20								
25	$x_6$	0,29								
26	$x_7$	0,07								
27										
28	Дисперсія портфеля $V_\pi$		10,981	$\sigma_\pi =$	3,31					
29		Прибутковість портфеля $m_\pi$		2,000						
30										
31	Ограничения									
32		Умова для $x$		1						
33										

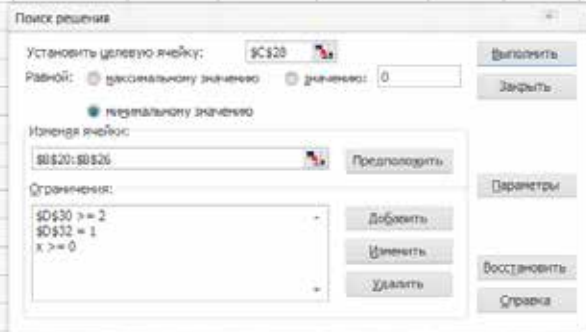


Рис. 7. Діалогове вікно «Поиск решения» і результат для задачі мінімізації ризику

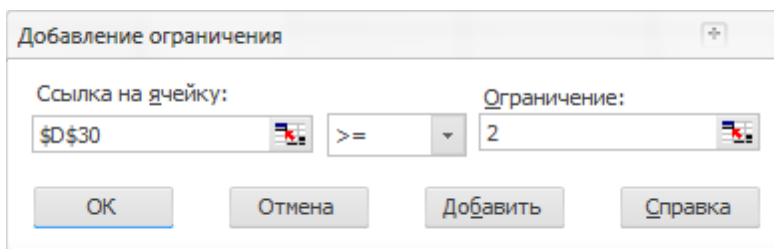


Рис. 8. Діалогове вікно пункту «Добавить»

говому вікні, що з'явилася (рис. 8): прибутковість портфеля –  $\$D\$30 \geq 2$ , умова для  $x$  – сума часток дорівнює одиниці,  $\$D\$32 = 1$ , невід'ємність значень часток –  $x \geq 0$ . Натиснути ОК.

Натиснути кнопку «Параметры» і вибрати пункти, як показано на рис. 9. Натиснути ОК, натиснути кнопку «Выполнить».

Процентне співвідношення часток акцій показано на діаграмі (рис. 10). Очікувана прибутковість портфеля дорівнює 2%. Ризик при цьому становить  $\sqrt{10,981} = 3,31\%$  й є мінімальним.

Визначимо VaR-оцінку отриманого портфеля [8; 9]. VaR-оцінка – це таке значення  $v$ , за якого ймовірність того, що прибутковість портфеля  $m$  буде менше  $v$ , дорівнює  $1-p$  й обчислюється за формулою:

$$VaR_\pi = x_{1-p} \times \sigma_\pi + m_\pi, \quad (3)$$

де  $x_{1-p}$  – квантиль функції нормального розподілу з параметрами (0,1).

Квантиль можна знайти за функцією Excel НОРМОБР (вероятность; среднее значение; стандартное отклонение). У цьому разі для

довірчої ймовірності  $p=0,95\%$  функція буде такою: НОРМОБР(5%; 0;1). Вводимо формулу в будь-яку комірку й отримуємо  $x_{1-p} = -1,645$ , тоді, згідно з (3), VaR-оцінка портфеля дорівнює:

$$VaR_\pi = -1,645 \times 3,31 + 2 = -3,45\%. \quad (4)$$

Таким чином, з ймовірністю 95% прибутковість портфеля буде не менше ніж -3,45%, тобто існує ймовірність збиткової ситуації.

Обчислимо зараз задачу на максимізацію прибутку. Для даної задачі необхідно визначити рівень допустимого ризику портфеля. Візьмемо його  $\leq 3\%$ . Обчислення проводяться аналогічно попередній задачі. На рис. 11 показано діалогове вікно «Поиск решения» і результат обчислення.

Процентне співвідношення часток акцій показано на діаграмі (рис. 12). Максимальна прибутковість портфеля дорівнює 1,8%. Ризик при цьому становить 3%,  $VaR = -4,3\%$ .

Тепер розглянемо реалізацію моделі Д. Тобіна. Портфель Д. Тобіна будується аналогічно моделі Г. Марковітца, але має дві головні відмінності:

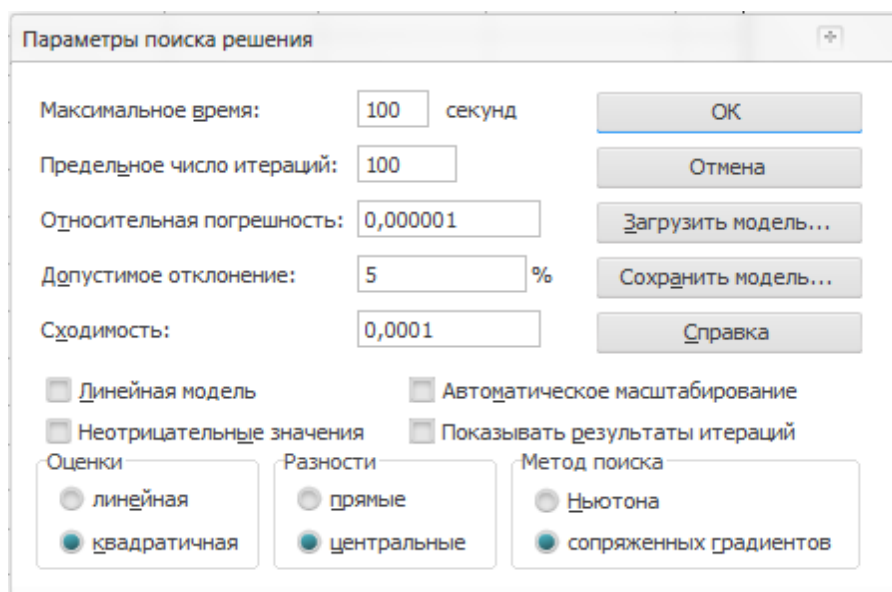


Рис. 9. Вікно параметрів програми «Поиск решения»

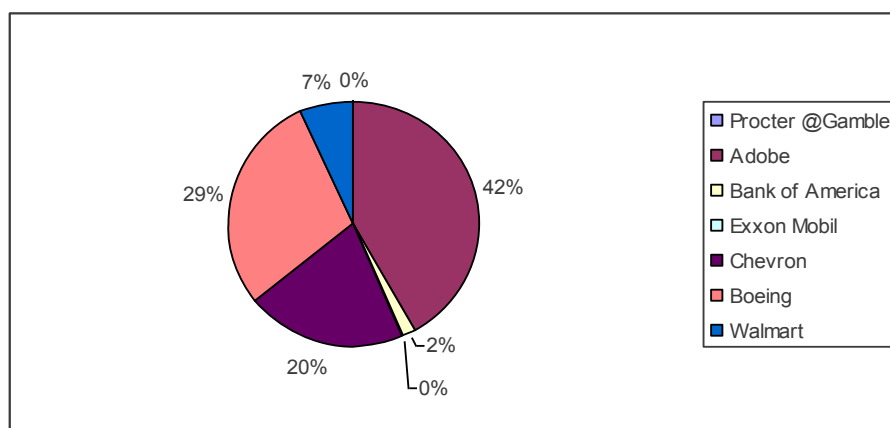


Рис. 10. Розподіл часток акцій для портфеля з мінімальним ризиком

– в інвестиційний портфель включаються безризикові активи, прибутковість яких не залежить від ринкових ризиків. До безризикових активів відносять державні цінні папери (ГКО, ОФЗ) із максимальним рівнем надійності;

– у моделі припускається не тільки купівля цінних паперів у портфелі, а й їх продаж.

Як і в задачі Марковітца, під час складання портфеля інвестор вирішує два завдання: мінімізація ризику портфеля за заданого рівня прибутковості і максимізація прибутковості (ефективності) портфеля за заданого рівня ризику. Візьмемо акції тих же компаній, що й під час розрахунку задачі Марковітца, але додамо безризиковий актив – короткострокові державні облігації США (2 yeartreasury) з прибутковістю 1,85%.

Розрахуємо дві моделі Тобіна за тих же вихідних даних, що й для моделі Марковітца. Результати обчислень зведено в табл. 3. Всі дані в таблиці наведено в процентах.

Як видно з таблиці, кращі параметри портфеля пропонує результат моделі Тобіна. Це досягається за рахунок інвестицій у безризикові короткострокові державні облігації. Але портфель у моделі Тобіна менше диверсифікований, ніж у моделі Марковітца.

На підставі отриманих даних інвестор вибирає варіант інвестиційної стратегії залежно від його схильності до ризику.

**Висновки з проведеного дослідження.** Наведені приклади підтверджують, що вибір емітентів і аналіз емпіричних даних є важливим етапом під час диверсифікації портфеля цінних паперів. Окрім того, приклади показали, що на практиці складно зробити однозначний вибір. Так, акції двох компаній *Procter&Gamble* і *Exxon Mobil* не увійшли в жоден портфель. Але на етапі аналізу вони не були виключені. Причиною цього є те, що в класичних моделях прибутковість цінних паперів, яка сподівається, приймається рівною середній прибутковості за даними минулих періодів. Тому в методику потрібно додати

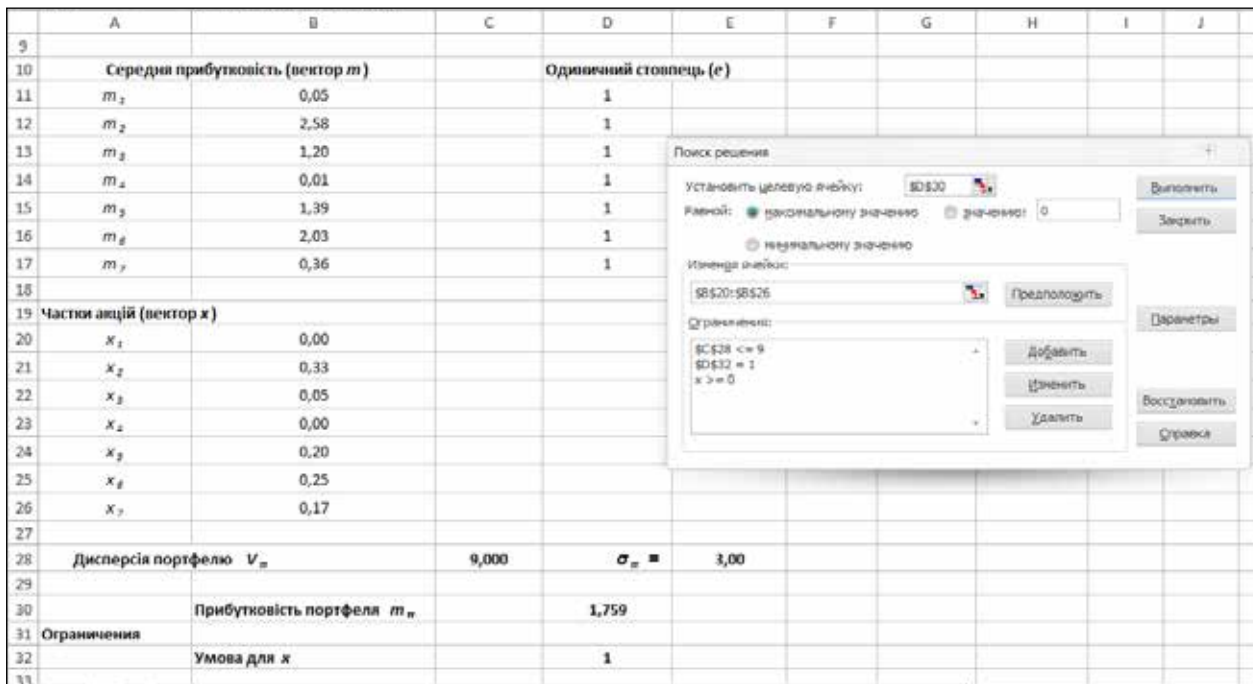


Рис. 11. Діалогове вікно «Поиск решения» для задачі максимізації прибутковості

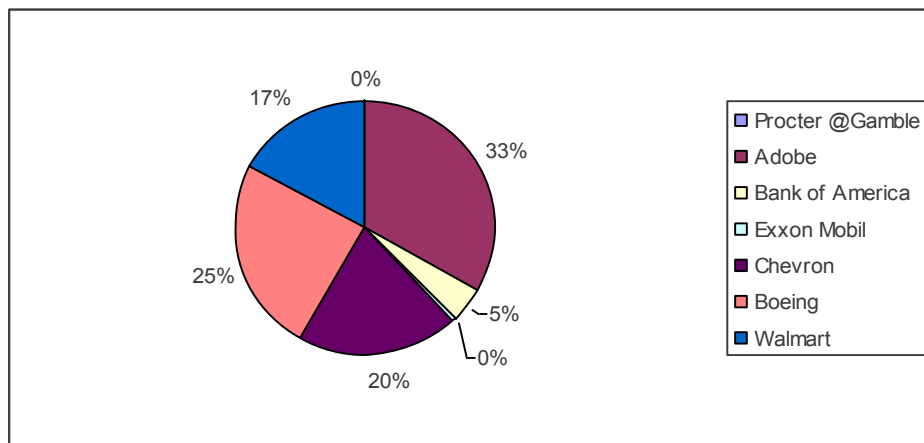


Рис. 12. Розподіл часток акцій для портфелю з максимальною прибутковістю

Таблиця 3

Порівняння результатів задач Г. Марковітца і Д. Тобіна

	Модель Марковітца		Модель Тобіна	
	Мінімізація ризику	Максимізація прибутковості	Мінімізація ризику	Максимізація прибутковості
<b>Розподіл часток</b>				
Procter &Gamble	0	0	0	0
Adobe	42	33	19	62
Bank of America	2	5	0	0
Exxon Mobil	0	0	0	0
Walmart	20	20	0	0
Shevron	29	25	0	0
Boieng	7	17	0	10
2year	-	-	81	28
<b>Прибутковість</b>	<b>2</b>	<b>1,76</b>	<b>2</b>	<b>2,41</b>
<b>Ризик</b>	<b>3,31</b>	<b>3</b>	<b>1,06</b>	<b>3</b>
<b>VaR</b>	<b>-3,4</b>	<b>-4,3</b>	<b>0,3</b>	<b>-0,25</b>



ще один пункт – прогнозування прибутковості й обчислювання проводити з урахуванням прогнозу. Але це окрема складна проблема, яка потребує вирішення багатьох питань: вибір методу прогнозування, точність і надійність прогнозу тощо.

У задачах, пов'язаних із моделюванням реальності, остаточної й однозначної відповіді взагалі не існує, проте існує лише множина більш-менш удалих підходів до знаходження наближених розв'язків. Це зумовлено невизначеністю, в якій знаходяться процеси на фондовому ринку. Тому дослідження продовжуються, вони спрямовані на пошук методів оцінки ризику, методів прогнозування прибутковості, багатокритеріальної диверсифікації та ін. На підставі розглянутих класичних підходів будуються нові, складні і більш точні, проте й більш трудомісткі методи.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Боди З., Кейн А., Маркус А. Принципы инвестиций; 4-е изд. М.: Вильямс, 2002. 984 с.
2. Яновский А.П., Кульнева О.С. Методы расчета оптимальных портфелей с глобальным и локальным ограничением на величину риска на основе генетических алгоритмов. Финансы и кредит. 2011. № 18 (450). С. 17–23. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/metod-rascheta-optimalnyh-portfeley-s-globalnym-i-lokalnym-ogranicheniyami-na-velichinu-riska-na-osnove-geneticheskikh-algoritmov>.
3. Жданов И.Ю. Инвестиционный портфель ДЖ. Тобина. Принципы построения. URL: <http://finzz.ru/investicionnyj-portfel-cennyx-bumag-portfel-tobina-v-excel.html>.
4. Жданов И.Ю. Формирование инвестиционного портфеля Марковитца в Excel. URL: <http://finzz.ru/formirovanie-investicionnogo-portfelya-markovica-v-excel.html>.
5. Тараненко Ю. Оптимизация портфеля ценных бумаг средствами Python. URL: <https://habr.com/post/341992/>.
6. Апрыаткина А.М., Кузнецов А.Ф. Расчет оптимального портфеля ценных бумаг. Ogarev-online. 2013. № 2. URL: <http://journal.mrsu.ru/arts/raschet-optimalnogo-portfelya-cennykh-bumag>.
7. Мищенко А.В., Попов А.А. Некоторые подходы к оптимизации инвестиционного портфеля. Менеджмент в России и за рубежом. 2002. № 2. URL: <http://www.mevriz.ru/articles/2002/2/>.
8. Жданов И.Ю. Оценка эффективности инвестиций, инвестиционного портфеля, акций на примере в Excel. URL: <http://finzz.ru/ocenka-effektivnosti-investicij-analiz-akcij-investicionnogo-portfelya-na-primere-v-excel.html>.
9. Андрієнко В.А., Андрієнко В.М. Аналіз фондових ринків. Одеса: Астропринт, 2011. 292 с.

#### REFERENCES:

1. Bodi Z., Keyn A., Markus A. (2002) Printsipy investitsiy [Principles of investment]. Moscow: – Izdatel'skiy dom "Vil'yams" (in Russian).
2. Yanovskiy A.P., Kul'neva O.S. (2011) Metody rascheta optimal'nykh portfeley s global'nym i lokal'nym ogranicheniem na velichinu riska na osnove geneticheskikh algoritmov [Methods for calculating optimal portfolios with global and local constraints on the magnitude of risk based on genetic algorithms]. Finansy i kredit, № 18 (450), pp. 17-23.
3. Zhdanov I.Yu. (2017) Investitsionnyy portfel' D. Tobina. Printsipy postroeniya. [Investment portfolio of D. Tobin. Principles of construction]. Finansovo-investitsionnyy blog Zhdanova Vasiliya i Zhdanova Ivana [Financial and investment blog Zhdanov Vasily and Zhdanov Ivan]. Available at: <http://finzz.ru/investicionnyj-portfel-cennyx-bumag-portfel-tobina-v-excel.html>. (accessed 17 August 2018).
4. Zhdanov I.Yu. (2017) Formirovanie investitsionnogo portfelya Markovitsa v Excel [Formation of the Markovitz investment portfolio in Excel]. Finansovo-investitsionnyy blog Zhdanova Vasiliya i Zhdanova Ivana [Financial and investment blog Zhdanov Vasily and Zhdanov Ivan]. Available at: <http://finzz.ru/formirovanie-investicionnogo-portfelya-markovica-v-excel.html> (accessed 17 August 2018).
5. Taranenko Yu. Optimizatsiya portfelya tsennykh bumag sredstvami Python [Optimization of the securities portfolio by means of Python]: Available at: <http://habr.com/post/341992/> (accessed 17 August 2018).
6. Apryatkina A. M., Kuznetsov A. F. (2013) Raschet optimal'nogo portfelya tsennykh bumag [Calculation of the optimal securities portfolio]. Ogarev-online [Ogarev-online] (electronic journal), № 2. Available at: <http://journal.mrsu.ru/arts/raschet-optimalnogo-portfelya-cennykh-bumag.pdf> (accessed 17 August 2018).
7. Mishchenko A.V., Popov A.A. (2002) Nekotorye podkhody k optimizatsii investitsionnogo portfelya [Some approaches to optimizing the investment portfolio] Menedzhment v Rossii i za rubezhom [Management in Russia and abroad] (electronic journal), № 2. Available at: <http://www.mevriz.ru/articles> (accessed 17 August 2018).
8. Zhdanov I.Yu. (2017) Otsenka effektivnosti investitsiy, investitsionnogo portfelya, aktsiy na primere v Excel [Evaluation of the effectiveness of investment, investment portfolio, shares for example in Excel]. Finansovo-investitsionnyy blog Zhdanova Vasiliya i Zhdanova Ivana [Financial and investment blog Zhdanov Vasily and Zhdanov Ivan]. Available at: <http://finzz.ru/ocenka-effektivnosti-investicij-analiz-akcij-investicionnogo-portfelya-na-primere-v-excel.html> (accessed 17 August 2018).
9. Andriienko V.A., Andriienko V.M. (2011) Analiz fondovykh rynkiv [Stock Market Analysis]. Odesa: "Astroprynt" (in Ukrainian).

**Andrienko V.M.**

Candidate of Economic Sciences, Associate Professor,  
Senior Lecturer at Department of Economic  
Cybernetics and Information Technologies  
Odessa National Polytechnic University

#### **METHODS OF CHOOSING THE OPTIMAL STRUCTURE OF THE INVESTMENT PORTFOLIO**

The article is devoted to the problem of choosing specific financial objects for inclusion in the investment portfolio and determining the optimal proportions of various types of investments within the entire portfolio, taking into account its main characteristics (the degree of acceptable risk, the size of the expected profit, possible deviations from it, etc.). Qualitative and quantitative aspects are considered. An example of practical implementation of the solution of the problem with real data is given. The optimal structure of the portfolio is calculated on the models of G. Markovitz and D. Tobin and a comparative analysis of the results is given. Based on the analysis, recommendations are formulated to determine effective investment strategies in the stock market.

Examining examples have shown that the best portfolio options offer the result of the Tobin model. This is achieved through investments in risk-free short-term government bonds. But the portfolio in the Tobin model is less diversified than in the Markovitz model.

Also, the above examples confirm that the choice of issuers and the analysis of empirical data is an important step in diversifying the portfolio of securities. In addition, examples have shown that it is difficult to make a clear choice in practice. Thus, the shares of two companies Procter & Gamble and Exxon Mobil did not fit into one portfolio. But at the stage of analysis, they were not excluded. The fact is that in classical models, the expected return on securities is assumed to be equal to the average return on the basis of past periods. Therefore, in the methodology, one needs to include one more point – profitability forecasting. Calculate based on the prediction. But this is a particular complex problem that requires solving many issues: the choice of the forecast method, the accuracy and reliability of the forecast, etc.

In tasks related to the simulation of the reality of a final and unambiguous answer does not exist at all, and there is only a set of more or less successful approaches to finding approximate solutions. This is due to the uncertainty, in which the stock market processes are. Therefore, the research continues, they are aimed at finding methods for risk assessment, methods for forecasting profitability, multi-criteria diversification, and others. Based on the classical approaches considered, new, complex, and more accurate but more labour-consuming methods are being built.