

## РОЗДІЛ 11. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

### МОДЕЛЮВАННЯ СВІТОВИХ ФОНДОВИХ ІНДЕКСІВ SIMULATION OF WORLD STOCK INDICES

УДК 330.51(075)

**Андрієнко В.М.**

к.е.н., доцент кафедри економічної кібернетики та інформаційних технологій  
Одеський національний політехнічний університет

**Дубенчук Ю.О.**

магістр  
Одеський національний політехнічний університет

У статті розглянуто емпіричні дані значень фондових індексів DAX (Німеччина), DOW JONES (США), CAC (Франція) і MMBB (Росія). Вихідні дані є часовими рядами значень індексів на момент закриття торгів за 2017 р. У зв'язку з цим застосовувались методи аналізу й моделювання часових рядів. Аналіз часових рядів показав, що всі індекси мають тренди різного типу, а детрендовані ряди є стаціонарними. Для моделювання вибрано авторегресійну модель першого порядку. Однак аналіз залишків показав, що в них присутня умовна гетероскедастичність. У зв'язку з цим зроблено поправку на коефіцієнти моделі. Показано, що побудовані моделі відображають вихідні ряди досить точно й можуть бути застосовані для прогнозування на майбутні періоди часу. Наведено передбачені значення фондових індексів. Отримані результати можуть бути використані інвестиційними компаніями, приватними інвесторами, аналітиками фондових ринків, а також трейдерами, як самостійними, так і в компанії.

**Ключові слова:** фондовий індекс, часовий ряд, математична модель, авторегресія, гетероскедастичність.

*In this article empirical data of the values of stock indexes DAX (Germany), DOW JONES (USA), CAC (France) and MMBB (Russia) are considered. The output is a time series of index values at the close of bidding for 2017. In this regard, methods of analysis and simulation of time series were used. The analysis of time series showed that all indices have trends, and the detracted series in the Dickey-Fuller test are stationary. For modeling the autoregressive model of the first order was used. However, the analysis of the residues showed that the density distributions have high peaks and clusterization of volatility takes place, which indicates the presence of heteroscedasticity in the ranks of the indices. In this regard, the AR (1) model was replaced by ARCH model (1) in this regard; an adjustment is made to the coefficients of the model. The coefficients of the ARCH model differ little from the AR model, that is, the effect of heteroscedasticity is small. According to the results of the simulation, series of predicted values of stock indexes are obtained. The predictive and actual values almost coincide, the standard error of the model is  $\ll \epsilon_{n001.eps} \gg$ . Models for the considered indices are identical, they have three components: a constant, trend and auto regression process with the effect of heteroscedasticity. The dynamics of the markets of developed countries is aimed at the linear trend, the emerging market – by parabola. Linear trends have a slight inclination, thus, the chances of continuing the trend are higher than its correction. Parabola also grows moderately, indicating a continuation of the trend. However, the sharpness of probability density and clustering of dispersion indicate a high likelihood of occurrence of extreme values. The forecast error increases with the shift of the prediction horizon; the errors of each subsequent forecast (due to the recursive method of calculation) include the accumulated forecast error of the previous step. Consequently, the use of models for long-term forecasts is impractical. Therefore, built models can be used for short-term forecasting. The results can be used by investment companies, private investors, stock market analysts, as well as traders.*

**Key words:** stock index, time series, mathematical model, auto regression, heteroscedasticity.

**Постановка проблеми.** З огляду на значну роль фондових ринків в економіці виникає нагальна потреба розуміння законів, за якими функціонують ці ринки. Показником стану й динаміки ринку є розрахований на основі котирувань певної групи цінних паперів фондовий індекс. Через зіставлення поточного значення індексу з його попередніми значеннями можна оцінити поведінку ринку, його реакцію на ті чи інші зміни, події та процеси, тому фондові індекси є одним з основних інструментів аналізу поточної ситуації на фондовому ринку та в економіці країни.

манія), DOW JONES (США), CAC (Франція) и MMBB (Россия). Исходные данные являются временными рядами значений индексов на момент закрытия торгов за 2017 г. В связи с этим применялись методы анализа и моделирования временных рядов. Анализ временных рядов показал, что все индексы имеют тренды разного типа, а детрендованные ряды являются стационарными. Для моделирования выбрана авторегрессионная модель первого порядка. Однако анализ остатков показал, что в них присутствует условная гетероскедастичность. В связи с этим сделана поправка на коэффициенты модели. Показано, что построенные модели отражают исходные ряды достаточно точно и могут быть применены для прогнозирования на будущие периоды времени. Приведены предсказанные значения фондовых индексов. Полученные результаты могут быть использованы инвестиционными компаниями, частными инвесторами, аналитиками фондовых рынков, а также трейдерами, как самостоятельными, так и в компании.

**Ключевые слова:** фондовый индекс, временной ряд, математическая модель, авторегрессия, гетероскедастичность.

У зв'язку з високою нестабільністю на світових фінансових ринках вельми актуальною є задача прогнозування стану й тенденції розвитку ситуацій на фондовому ринку. Передбачити поведінку реального об'єкта дає змогу економіко-математична модель.

Проблема моделювання динаміки фондових ринків та їх прогнозування є досить складною, адже її не можна назвати вирішеною. У різних розділах сучасної фінансової математики та фінансової інженерії поширені різні погляди на цю проблему та підходи до її вирішення.

Значний внесок у розроблення моделей процесів, які відбуваються на фондових ринках, зробили зарубіжні вчені, такі як У. Шарп, Г.Дж. Александер, Т. Болерслев, Д. Сорнетте, Дж. Бокс, Д. Бріллінджер, Л.Дж. Гітман, Е. Петерс, Я.Г. Бучаєв. Серед вітчизняних вчених значну увагу аналізуванню й моделюванню фінансових систем загалом та фондових ринків зокрема приділяють Н.К. Максишко, В.Н. Соловійов, В.М. Андрієнко, О.В. Піскун. Однак моделювання динаміки фондових індексів розглянуто недостатньо й потребує додаткових досліджень.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Під час математичного моделювання динаміки процесів фондових ринків використовують різноманітний і досить складний інструментарій, який перебуває в стадії постійного вдосконалення й поглиблення. Нині методи з математичного моделювання фондових індексів можна розділити за такими напрямками:

- авторегресійні;
- факторні;
- фрактальні;
- нейромережеві;

Так, в роботі [1] наведена регресійна модель, яка побудована на основі факторного аналізу. У джерелі [2] розглядається математична модель, яка об'єднує підходи факторного аналізу й авторегресійного оцінювання. На відміну від класичних моделей, для моделювання еволюції використовується система динамічних факторів. Робота [3] спрямована на дослідження залежності значення індексу Першої Фондової Торговельної Системи (ПФТС) від значення різних фундаментальних та технічних факторів задля виявлення особливостей їх моделювання, отримання уявлення про величину їх впливу на індекс ПФТС та важливість для гравців фондового ринку. У праці [4] наведено аналіз сучасних підходів, що використовуються під час моделювання динаміки фондових ринків. Проведене дослідження дало змогу виявити низку економетричних моделей, таких як моделі з урахуванням коінтеграційних зв'язків показників, моделі на основі процесів Леві та процесів Мейкснера, моделі на основі фрактального броунівського руху. Спільною особливістю цих моделей є необхідність

великих обсягів вихідних даних та висока обчислювальна трудомісткість визначення їх параметрів. Представлені результати моделювання поведінки фондового індексу S&P 500 на короткостроковому горизонті з використанням нейромереж. Нейромережеві моделі Українського фондового індексу ПФТС описані в джерелах [5–6], а в роботі [7] запропоновано фрактальну модель індексу ПФТС.

**Постановка завдання.** Метою статті є вивчення тенденції світових фондових ринків на підставі побудови адекватних математичних моделей динаміки відповідних фондових індексів.

#### Виклад основного матеріалу дослідження.

Коли під час аналізування економічних даних виникає необхідність оцінювання динаміки зміни деякого показника, а досліджуваний показник залежить тільки від часу, то використовують моделі часових рядів, але при цьому важливою складовою дослідження є аналіз цих рядів. Аналіз є сукупністю математичних та статистичних методів дослідження інформації задля визначення структури часового ряду. Визначення структури часового ряду необхідно для правильної ідентифікації математичної моделі, а також для оцінювання ризику [9]. В рамках цієї роботи розглянуті часові ряди щоденних значень фондових індексів за 2017 рік на момент закриття торгів, таких як DAX (Німеччина), DOW JONES (США), CAC (Франція) і ММВБ (Росія). В усіх часових рядах попередньо виключена постійна складова шляхом центрування рядів. У табл. 1 представлена описова статистика вихідних даних. З табл. 1 випливає, що ексцес у всіх індексах приблизно дорівнює одиниці. Це свідчить про те, що розподіл рядів трохи відрізняються від нормального: вони мають вищу вершину, ніж нормальний закон. Спостерігається помірний розкид даних (волатильність) на розвинених ринках, а на ринку, що розвивається (ММВБ), розкид набагато більше.

На рис. 1 представлені центровані дані індексу DAX (260 значень). За графіком видно, що рівні ряду групуються біля різних середніх значень, а дисперсія ряду залежить від часу (розкид істотно змінюється). Крім того, має місце зростаючий лінійний тренд. Виходячи з цього, можемо припустити, що ряд є нестационарним.

Таблиця 1

Описова статистика вихідних даних

| Значення              | DAX    | DJ     | CAC    | ММВБ    |
|-----------------------|--------|--------|--------|---------|
| Середнє значення      | -8,06  | 7,61   | 1,83   | 7,4     |
| Медіана               | 1,24   | 1,56   | 4,39   | -39,49  |
| Мінімум               | -26,73 | -21,61 | -32,36 | -519,82 |
| Максимум              | 31,92  | 15,04  | 24,52  | 590,84  |
| Стандартне відхилення | 14,84  | 7,38   | 15,32  | 276,42  |
| Асиметрія             | 0,14   | -0,79  | -0,52  | 0,22    |
| Ексцес                | -0,92  | 1,00   | -0,94  | -1,04   |

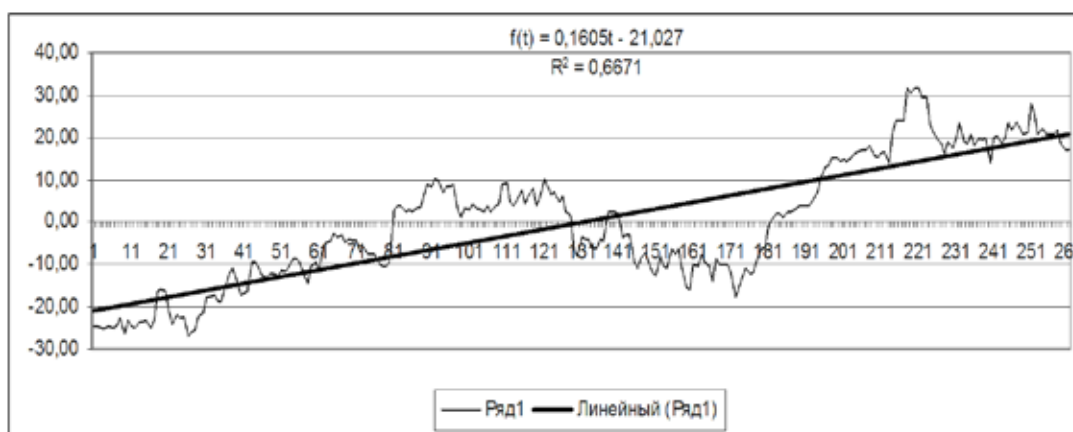


Рис. 1. Центрований ряд індексу DAX

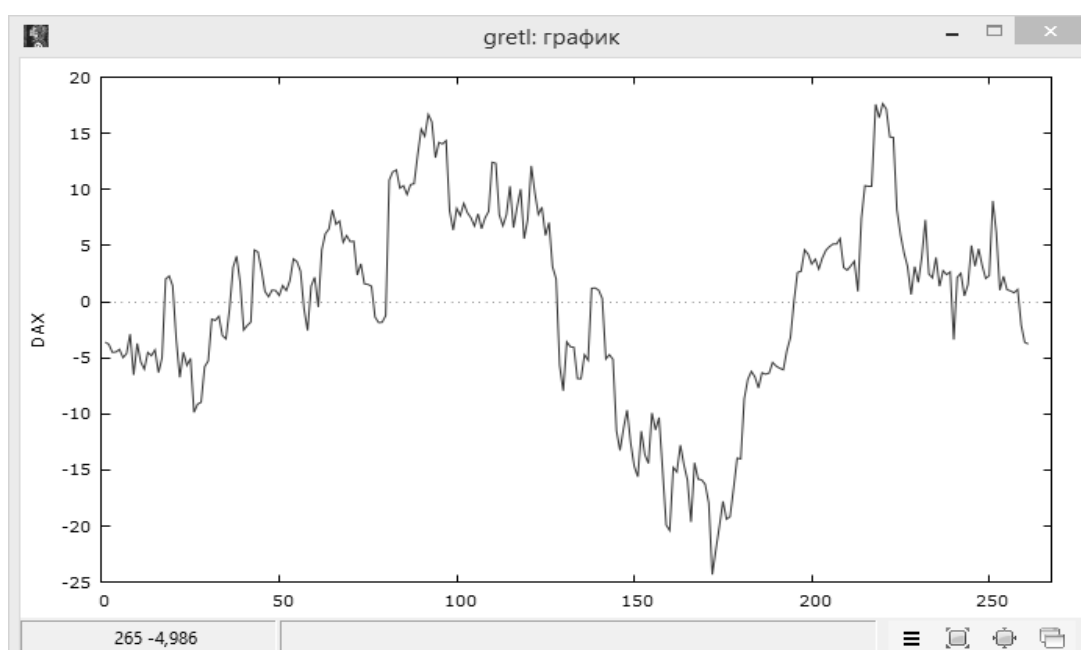


Рис. 2. Детрендований ряд індексу DAX

Для подальшого дослідження тренд потрібно виключити з ряду. Для цього необхідно задати його модель. В цьому разі модель має вигляд:

$$f(t) = -21,03 + 0,16t + \varepsilon, \quad (1)$$

де  $t = \overline{1, 260}$ ,  $\varepsilon$  – помилка регресії.

На рис. 2 наведено графік індексу DAX після виключення тренду.

На основі візуального аналізу графіка неможливо зробити висновок щодо стаціонарності отриманого ряду. Скористаємося розширеним тестом Дікі-Фуллера. На рис. 3 містяться результати розрахунків за тестом.

Відповідно до тесту перевіряється гіпотеза  $H_0$  – ряд нестационарний при альтернативній  $H_1$  – ряд стаціонарний (тут і далі рівень значущості прийнятий рівним  $\alpha = 0,05$ ). В цьому разі р-значення дорівнює 0,0139, що менше рівня значущості.

Отже, нульова гіпотеза відхиляється, тобто немає підстав вважати ряд нестационарним.

Для ідентифікації моделі розглянемо оцінки корелограми автокореляційної (ACF) та частинної автокореляційної (PACF) функцій (рис. 4).

Графік корелограми ACF спадає експоненціально на перших тридцяти лагах, а PACF експоненційно спадає з першого лага, отже, можна вважати, що досліджуваний ряд є стаціонарним типу  $AR(1)$ . Модель передбачає, що поточне значення ряду залежить від попереднього в сумі з деякою константою та випадковою складовою.

Оцінка параметрів та тестування помилок моделі  $AR(1)$  представлено на рис. 5. Рівняння моделі таке:

$$X_t = 0,001 + 0,95X_{t-1} + v, \quad (2)$$

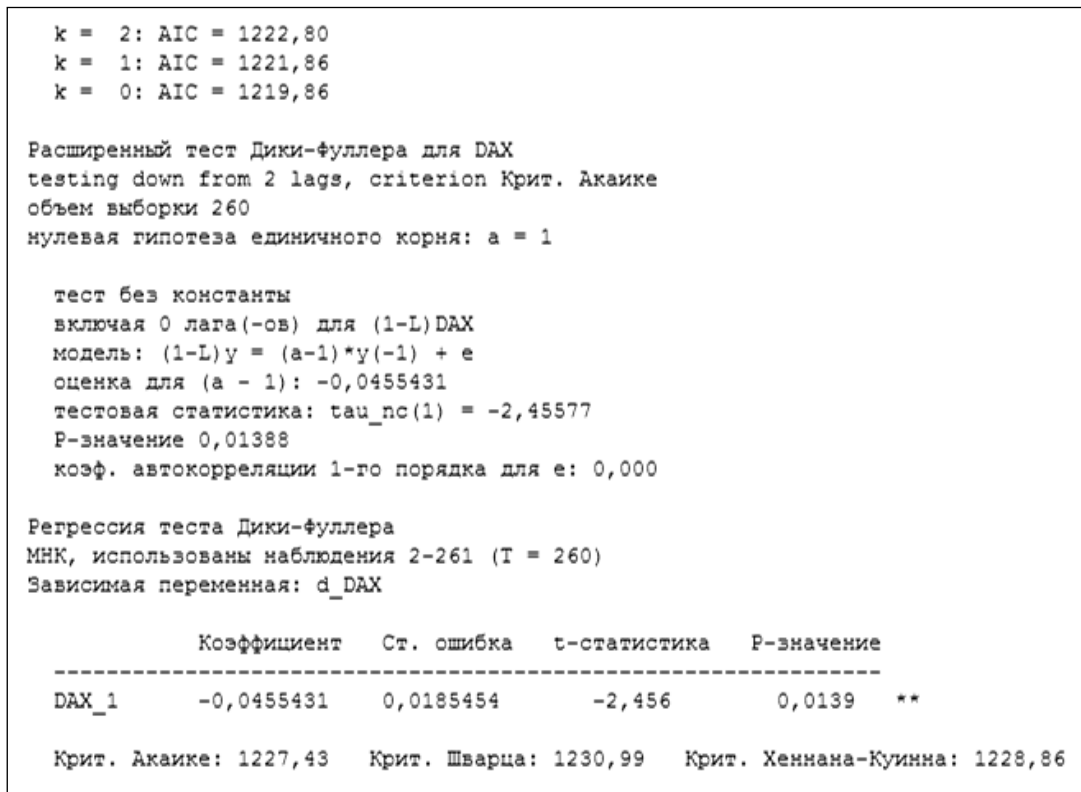


Рис. 3. Результаты теста Дікі-Фуллера

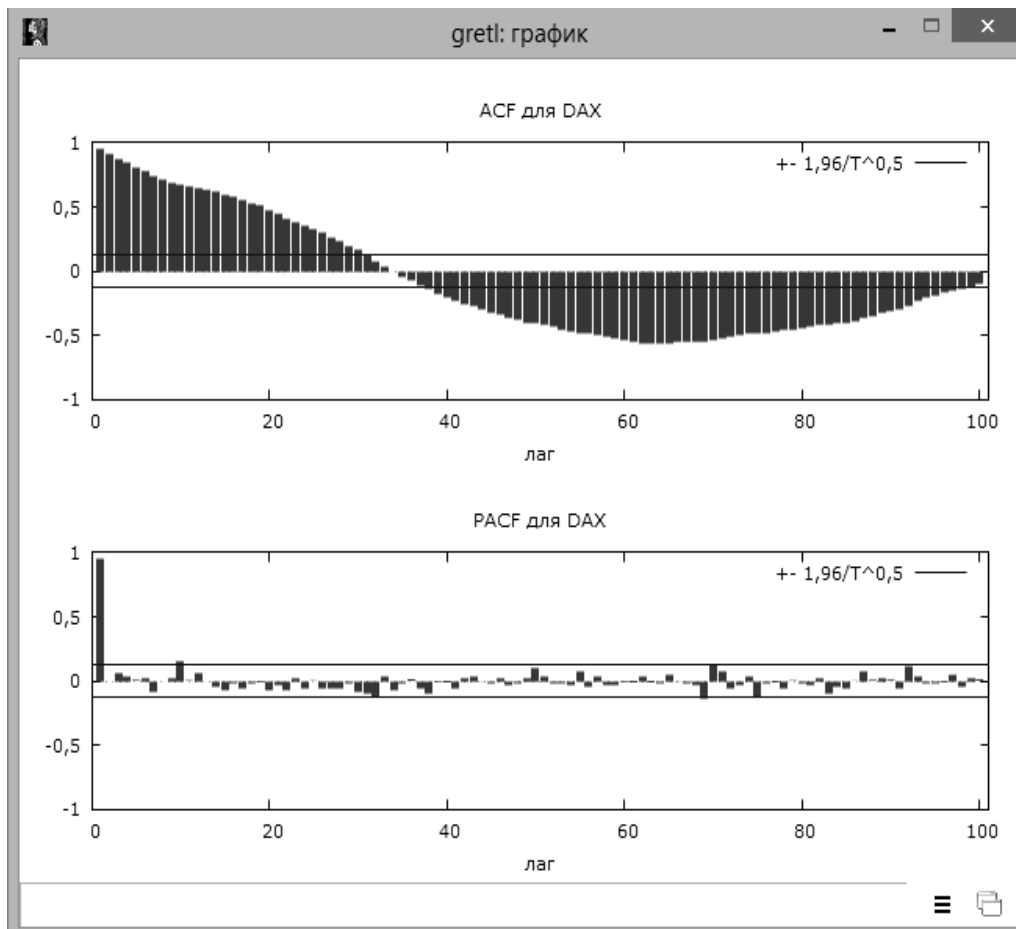


Рис. 4. Корелограми ACF і PACF

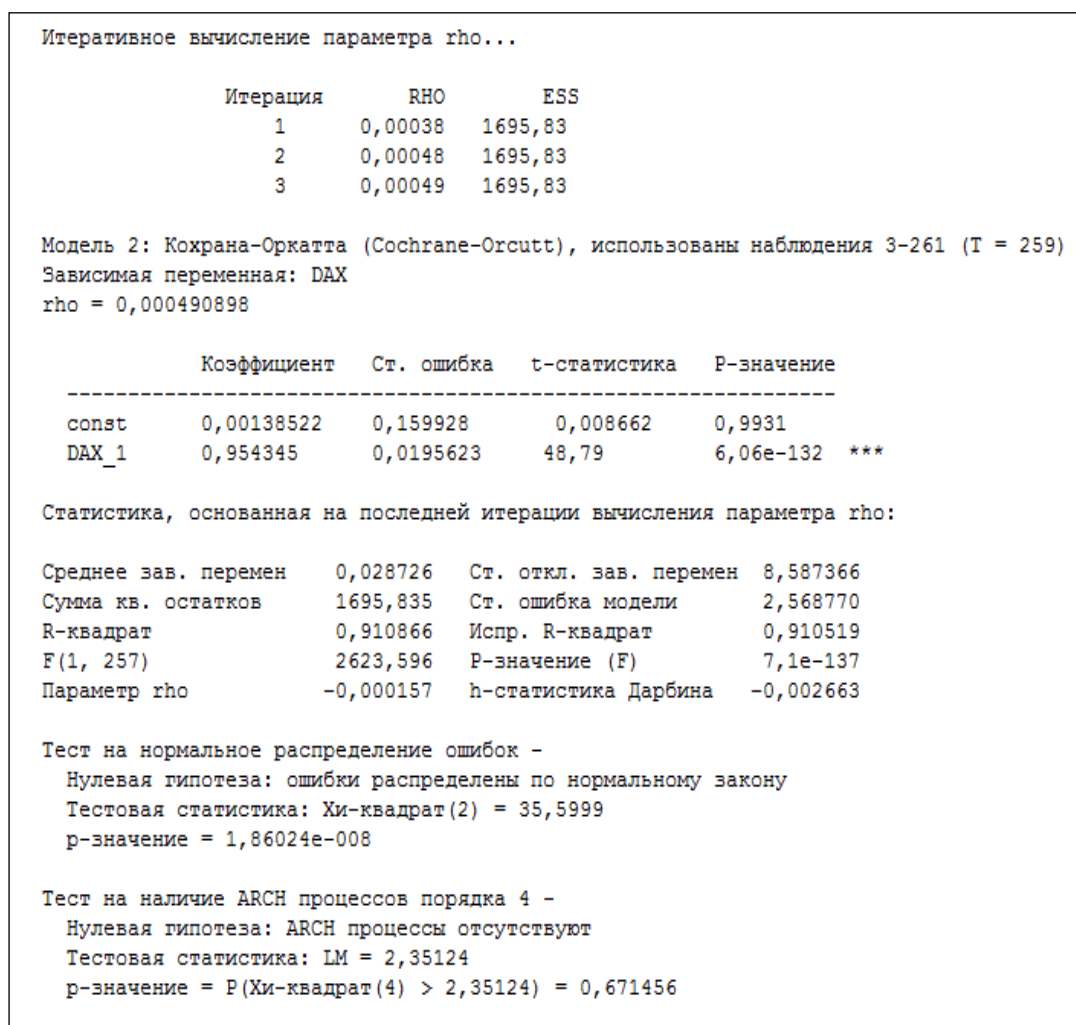


Рис. 5. Оцінка параметрів та тестування помилок моделі AR (1)

де  $X_t, X_{t-1}$  – значення детрендованого індексу в моменти часу  $t, t-1$  відповідно,  $v$  – помилка моделі.

Тест щодо нормальності розподілу помилок відхиляє гіпотезу про нормальний розподіл (p-значення < 0,05), а тест щодо наявності ARCH-процесів у залишках моделі свідчить про присутність ефекту гетероскедастичності (p-значення = 0,671 > 0,05). Ці висновки наочно ілюструють графіки, представлені на рис. 6, 7.

Розподіл частот помилок регресії є більш гостроверхим, ніж нормальне (рис. 6). Помилки коливаються навколо нульового значення протягом усього досліджуваного періоду (рис. 7).

Однак дисперсія помилок залежить від часу, тобто періоди високої дисперсії чергуються з більш спокійними періодами, коли дисперсія відносно мала. Таке поєднання зазначених властивостей є характерною особливістю фінансових часових рядів. Цю ситуацію враховують моделі типу ARCH (p). У загальному вигляді ARCH (p) порядку p описується авторегресійною моделлю, в якій умовна дисперсія помилки залежить від ква-

драта помилки попередніх спостережень. У зв'язку з цим необхідно замінити модель AR (1) на модель ARCH (1).

На рис. 8 наведено розрахунок моделі з поправкою на гетероскедастичність.

Рівняння моделі таке:

$$X_t = 0,001 + 0,91X_{t-1} + v, \quad (3)$$

де  $X_t, X_{t-1}$  – значення детрендованого індексу в моменти часу  $t, t-1$  відповідно,  $v$  – помилка моделі.

Остаточно закон динаміки індексу DAX набуває такого вигляду:

$$DAX_t = 342,16 + 0,16t + 0,91X_{t-1} + \mu, \quad (4)$$

де  $DAX_t$  – значення індексу в момент часу  $t$ ,  $\mu$  – помилка моделі.

На наступній діаграмі (рис. 9) представлено відповідність розрахункових значень реальним значенням. Можна сказати, що модель досить точно описує вихідний ряд, фактичні й розрахункові значення практично збігаються, стандартне відхилення помилки становить  $\sigma = 2,59$ . Отже, отримана модель може бути використана для

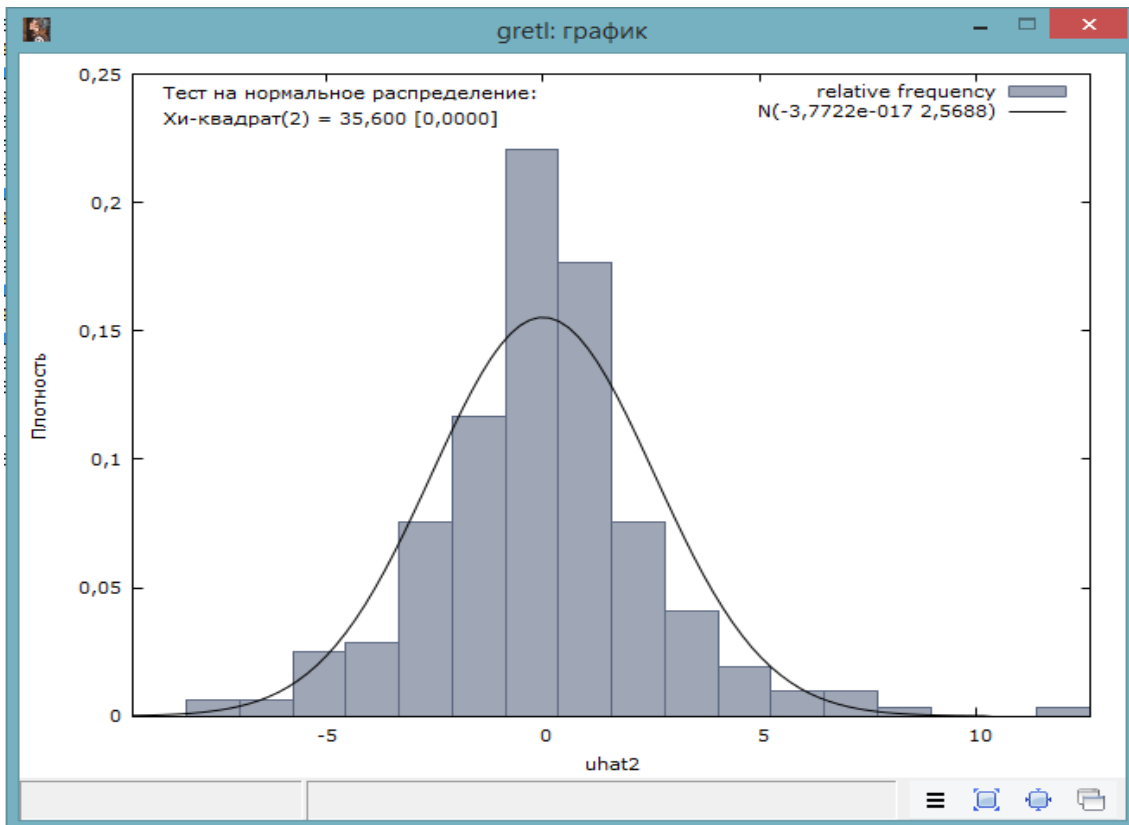


Рис. 6. Розподіл частот помилок регресії

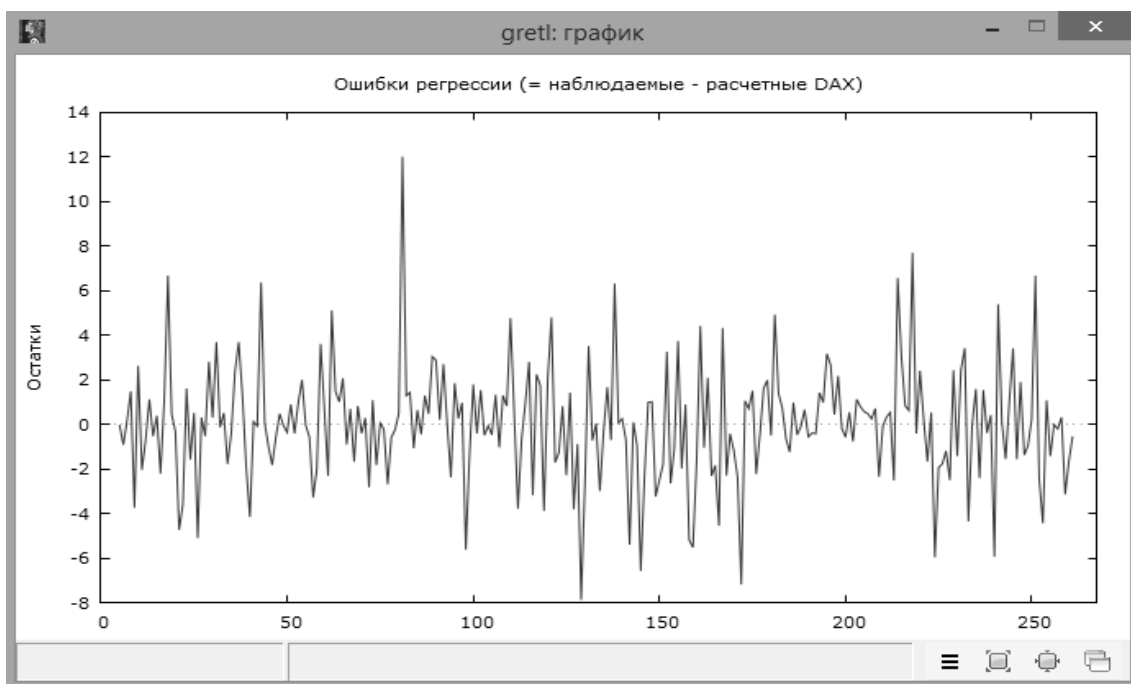


Рис. 7. Графік помилок регресії

побудови короткострокових прогнозів. Прогноз на один день є безумовним, і він виявиться найбільш точним, оскільки залежить тільки від уже відомих даних.

Аналогічні розрахунки були проведені для рядів щоденних значень для фондових індексів DAX, DJ, CAC, ММВБ. Результати моделювання наведені в табл. 2.

Для практичної реалізації методів використано економетричний пакет "Gretl" і пакет «Анализ данных» Microsoft Excel.

**Висновки з проведеного дослідження.** Моделі для розглянутих індексів ідентичні, вони

мають три складові, а саме постійну, тренд і авторегресійний процес з ефектом гетероскедастичності. Динаміка ринків розвинених країн спрямована за лінійним трендом, а ринку, що розвивається, – по параболі. Лінійні тренди мають невеликий нахил,

Модель 4: С поправкой на гетероскедастичность, использованы наблюдения 3-261 (T = 259)  
Зависимая переменная: DAX

|       | Коэффициент | Ст. ошибка | t-статистика | P-значение    |
|-------|-------------|------------|--------------|---------------|
| const | 0,0573350   | 0,221965   | 0,2583       | 0,7964        |
| DAX_2 | 0,910630    | 0,0310366  | 29,34        | 5,14e-084 *** |

Статистика, полученная по взвешенным данным:

|                    |           |                       |          |
|--------------------|-----------|-----------------------|----------|
| Сумма кв. остатков | 1413,770  | Ст. ошибка модели     | 2,345432 |
| R-квадрат          | 0,770098  | Испр. R-квадрат       | 0,769203 |
| F(1, 257)          | 860,8674  | P-значение (F)        | 5,14e-84 |
| Лог. правдоподобие | -587,2908 | Крит. Акаике          | 1178,582 |
| Крит. Шварца       | 1185,695  | Крит. Хеннана-Куинна  | 1181,442 |
| Параметр rho       | 0,469527  | Стат. Дарбина-Вотсона | 1,060362 |

Статистика, полученная по исходным данным:

|                      |          |                        |          |
|----------------------|----------|------------------------|----------|
| Среднее зав. перемен | 0,028726 | Ст. откл. зав. перемен | 8,587366 |
| Сумма кв. остатков   | 3242,746 | Ст. ошибка модели      | 3,552138 |

Рис. 8. Коригування параметрів моделі з урахуванням гетероскедастичності



Рис. 9. Графіки прогнозних та фактичних центрованих значень DAX

Таблиця 2

Результати моделювання

| Індекс | Середнє | Рівняння тренду                  | Рівняння AR(1)              | Модель   |
|--------|---------|----------------------------------|-----------------------------|--|
| DAX    | 413,19  | $f(t) = 0,16t - 21,03$           | $X_t = 0,001 + 0,91X_{t-1}$ | $DAX_t = 392,16 + 0,16t + 0,91X_{t-1}$             |
| DJ     | 267,11  | $f(t) = 0,07t - 10,48$           | $X_t = 0,046 + 0,96X_{t-1}$ | $DJ_t = 252,41 + 0,16t + 0,96X_{t-1}$              |
| CAC    | 369,87  | $f(t) = 0,17t - 22,15$           | $X_t = -0,034 + 0,97t$      | $CAC_t = 347,67 + 0,17t + 0,97X_{t-1}$             |
| ММВБ   | 6587,08 | $f(t) = 0,01t^2 + 2,29t + 50,89$ | $X_t = -2,72 + 0,98t$       | $ММВБ_t = 6635,25 + 0,01t^2 + 2,29t + 0,98X_{t-1}$ |

отже, шанси на продовження тренду вище, ніж на його корекцію. Парабола також зростає помірно, що вказує на продовження тренду. Однак для всіх розглянутих часових рядів фондових індексів мають місце гостровершинність щільності ймовірностей та кластеризація дисперсії. Це свідчить про високу ймовірність появи екстремальних значень.

Розглянуті в роботі методи не є єдиними засобами аналізу динаміки фондового ринку, однак показують досить високу ефективність під час короткострокового прогнозування й дослідження основних залежностей та тенденцій на ринку цінних паперів. Недоліком регресійних моделей є те, що параметри моделей швидко застарівають, отже, їх потрібно час від часу перераховувати.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Катуніна О.С. Моделирование динамики мировых фондовых индексов *Бизнес-Информ*. 2017. № 11. С. 197–202.

2. Андриенко В.М. Оценка влияния макроэкономических показателей на динамику фондового индекса ПФТС. *Соціально-економічні проблеми і держава*. 2013. Вип. 1 (8). С. 31–43. URL: <http://sepd.tntu.edu.ua/images/stories/pdf/2013/13avmfup.pdf> (дата звернення: 20.02.2019).

3. Ляшенко С.В., Герашенко В.Д., Стецуря В.М. Особенности моделирования влияния технических и фундаментальных факторов на индекс. *Економічний вісник Донбасу*. 2007. № 4. С. 113–121.

4. Евсюков В.В., Сапрыкина К.Г. Анализ подходов к моделированию динамики фондовых рынков в современных условиях. *Известия ТулГУ*. 2016. С. 271–281.

5. Данильчук Г.Б., Соловйов Г.В. Моделирование фондового рынка США с использованием перестановок. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/2867> (дата звернення: 9.04.2019).

6. Андриенко В.М., Тулякова А.Ш. Анализ и моделирование динамики Украинского фондового рынка. *Аспект*. Донецк, 2012. С. 32–36.

7. Андриенко В.М. Инструменты статистического моделирования макроэкономических показателей. *Математичне та комп'ютерне моделювання економічних процесів* : монографія / З.М. Соколовська, В.М. Андриенко, І.Ю. Івченко, О.А. Клепікова. Одеса : Астропринт, 2016. С. 250–296.

8. Андриенко В.М., Співаков О.Г. Дослідження індексу ПФТС фондового ринку України. *Економіка: реалії часу*. 2011. № 1. С. 143–148. URL: <http://www.economics.opu.ua> (дата звернення: 10.04.2019).

9. Андриенко В.М., Семенов С.А. Методика статистичного аналізу економічних часових рядів. *Нау-*

*ковий вісник Ужгородського національного університету*. 2018. Вип. 21. Ч. 1. С. 5–13.

#### REFERENCES:

1. Katunina O.S. (2017) *Modelirovanie dinamiki mirovyh fondovyh indeksov* [Modeling the dynamics of global stock indices] *Biznesinform*, no. 11, pp. 197–202.

2. Andrienko V.M. (2013) *Ocenka vliyaniya makroekonomicheskikh pokazatelej na dinamiku fondovogo indeksa PFTS* [Assessment of the impact of macroeconomic indicators on the dynamics of the PFTS stock index] *Socialno-ekonomichni problemi i derzhava* [Social-economical problems and power] (electronic journal), no. 1 (8), pp. 31–43. Available at: <http://sepd.tntu.edu.ua/images/stories/pdf/2013/13avmfup.pdf> (accessed: 20 February 2019).

3. Lyashenko S.V., Gerashenko V.D., Stecura V.M. (2007) *Osobennosti modelirovaniya vliyaniya tehnikeskikh i fundamentalnyh faktorov na indeks PFTS* [Features of modeling the influence of technical and fundamental factors on the index]. *Ekonomichnij visnik Donbasu*, no. 4, pp. 113–121.

4. Evsyukov V.V., Saprykina K.G. (2016) *Analiz podhodov k modelirovaniyu dinamiki fondovyh rynkov v sovremennyh usloviyah* [Analysis of approaches to modeling the dynamics of stock markets in modern conditions] *Izvestiya TulGU*, pp. 271–281.

5. Danilchuk G.B., Solovjov G.V. *Modelirovanie fondovogo rynka SShA s ispolzovaniem entropii perestanovok* [US stock market simulation using permutations]. Available at: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/xmlui/handle/23456789/2867> (accessed: 28 March 2019).

6. Andrienko V.M., Tulyakova A.Sh. (2012) *Analiz i modelirovanie dinamiki Ukrainского fondovogo rynka* [Analysis and modeling of the dynamics of the Ukrainian stock market] *Aspekt*. Doneck, pp. 32–36.

7. Andrienko V.M. (2016) *Instrumenti statistichnogo modelyuvannya makroekonomichnih pokaznikov* [Instruments of statistical model-making makroekonomichny show] *Matematichne ta komp'yuterne modelyuvannya ekonomichnih procesiv* [Mathematical and computer modeling of economic processes]. Odesa : Astroprint (in Ukrainian).

8. Andrienko V.M., Spivakov O.G. (2011) *Doslidzhennya indeksu PFTS fondovogo rinku Ukrayini* [Investigation of the PFTS index of the stock market of Ukraine] *Ekonomika: realiyi chasu* [Economics: realities of time] (electronic journal), № 1. S. 143–148. Available at: <http://www.economics.opu.ua> (accessed: 10 April 2019).

9. Andrienko V.M., Semenov S.A. (2018) *Metodika statistichnogo analizu ekonomichnih chasovyh ryadiv* [Method of statistical analysis of economic time series]. *Naukovij visnik Uzhgorodskogo nacionalnogo universitetu*, no. 21, ch. 1, pp. 5–13.



**Andrienko Valentina**

Candidate of Economic Sciences,

Senior Lecturer at Department of

Economic Cybernetics and Information Technologies

Odessa National Polytechnic University

**Dubenchuk Yulia**

Master

Odessa National Polytechnic University

## SIMULATION OF WORLD STOCK INDICES

This work illustrates the use of mathematical models of time series to assess the dynamics and volatility of the stock market by the example of stock indexes of different countries. The research used the methods of analysis and simulation of time series. Mathematical models of dynamics of indices are constructed.

The article deals with the empirical data of the values of stock indexes DAX (Germany), DOW JONES (USA), CAC (France) and MMVB (Russia). Output is a time series of index values at the close of bidding for 2017. In this regard, methods of analysis and simulation of time series were used. The analysis of time series showed that all indices have trends, and the detracted series in the Dickey-Fuller test are stationary. For modeling the autoregressive model of the first order was used. However, the analysis of the residues showed that the density distributions have high peaks and clusterization of volatility takes place, which indicates the presence of heteroskedasticity in the ranks of the indices. In this regard, the AR (1) model was replaced by ARCH model (1) in this regard; an adjustment is made to the coefficients of the model. The coefficients of the ARCH model differ little from the AR model, that is, the effect of heteroscedasticity is small.

According to the results of the simulation, series of predicted values of stock indexes are obtained. The predictive and actual values almost coincide, the standard error of the model is  $\ll \epsilon \gg$ . Models for the considered indices are identical, they have three components: a constant, trend and auto regression process with the effect of heteroscedasticity. The dynamics of the markets of developed countries is aimed at the linear trend, the emerging market – by parabola. Linear trends have a slight inclination, thus, the chances of continuing the trend are higher than its correction. Parabola also grows moderately, indicating a continuation of the trend. However, the sharpness of probability density and clustering of dispersion indicate a high likelihood of occurrence of extreme values.

It should be noted that the general lack of research models (ARMA/ARCH) is that they use historical data. This leads to the fact that with a sharp change in market conditions, they will be taken into account only after a certain period of time, and the forecasts obtained by the model at this time interval will be incorrect. Thus, the considered models give qualitative predictions when the markets will be stable, otherwise, with significant changes, the models will not adequately reflect the dynamics of markets.

The forecast error increases with the shift of the prediction horizon. The errors of each subsequent forecast (due to the recursive method of calculation) include the accumulated forecast error of the previous step. Consequently, the use of models for long-term forecasts is impractical. Therefore, built models can be used for short-term forecasting.

The results can be used by investment companies, private investors, stock market analysts, as well as traders.