МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧОРНОМОРСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ПЕТРА МОГИЛИ

На правах рукопису

**МАКСИМЕНКО ЮРІЙ АНАТОЛІЙОВИЧ**

УДК: 004.9:623

# ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РОЗВІДКИ, ЩО ДИСТАНЦІЙНО УПРАВЛЯЮТЬСЯ

05.13.06 − інформаційні технології

**Дисертація**
**на здобуття наукового ступеня**
**кандидата технічних наук**

**Науковий керівник –**
**Левченко Андрій Олександрович,**
кандидат технічних наук,
доцент, старший науковий
співробітник

Миколаїв – 2017

## ЗМІСТ

# ВСТУП

**Актуальність теми.** На теперішній час постало актуальне питання забезпечення якості дистанційного управління технічними засобами розвідки в реальних умовах бойових дій. Підрозділи ЗС України зіткнулись з проблемами природних перешкод та проблемами протидії зі сторони противника, який ставить перешкоди на частотах де працюють ці засоби. Так, наприклад при використанні зразків типу ПД-430Б, 1К15, 1К18, в яких можливе дистанційне управління по радіо виконуючими пристроями, при роботі поза містом і на середньо пересіченій місцевості, управління технічними засобами допускається проходити на відстанях від 3-х кілометрів (ПД-430Б, 1К15) до 40-ка кілометрів (1К18), згідно технічних характеристик. Але, при високому рівні радіозавад, або у випадку, коли противник веде радіо придушення, управління зовсім зникає і як наслідок втрачається можливість використання комплексів для виявлення об’єктів.

Останнім часом, в залежності від специфіки завдань та ризиків в бойової обстановці, дистанційне управління, при роботі з технічними засобами використовується частіше. Проведений аналіз результатів бойових дій показує, що зростання зусиль на забезпечення завадозахищеності радіоелектронних засобів в 2015-2016 роках в порівнянні з 2014 роком зросло в 2-3 рази. Раніше це досягалось за рахунок поставки нових радіо засобів та модернізації апаратури старого парку. В той же час на порядок збільшились можливості системи радіоелектронної боротьби противника, що направленні на виявлення та придушення роботи радіо засобів. При цьому засоби радіоуправління технічних засобів розвідки не потрапили під модернізацію.

Час необхідний для розробки нових засобів був втрачений. Можливість забезпечення стійкого управління є однією з найважливіших характеристик, що визначають експлуатаційні можливості комплексу управління технічними засобами у режимі реального часу. У більшості випадків вже після кількох років експлуатації продуктивність інформаційних систем перестає відповідати вимогам, що обумовлено зміною умов функціонування підсистем управління військами та зброєю. Ситуація трансформується під впливом зростаючою інтенсивності задач, збільшенням кількості даних, зростанням числа користувачів та завадовою обстановкою. Проблема завад з'явилася разом з появою електронних засобів. Із часом кількість електронних засобів неухильно росте й до них висуваються жорсткі вимоги з електромагнітної сумісності та завадозахищеності.

Дослідженнями захисту від завад, підвищенням якості передачі та прийому сигналів займались багато науковців. Зокрема Бабич В.Д., Тихонов В.И., Коржик В.И., Зюко А.Г., Ельчанинов А.М. висвітлюють частково ці питання.

Задача, по забезпеченню дистанційного управління ТЗР вирішується в області заміни апаратних засобів, що потребує значних затрат, або використанні інформаційних технологій підвищення продуктивності інформаційно-управляючих систем (ІУС). Таким чином, компенсація браку апаратних можливостей забезпечення завадозахищеності систем радіоуправління можлива за рахунок реалізації результатів досліджень питань удосконалення систем управління елементами ІУС.

Дослідження питань по управлінню технічними засобами комплексів ПД-430Б, 1К15, 1К18 показує, що при високому рівні радіозавад, або коли противник веде радіопридушення, управління працюючими засобами виявлення противника зовсім зникає. В зоні проведення бойових дій противник завжди сканує радіоефір, в тому числі частотні діапазони в яких здійснюється радіоуправління технічними засобами розвідки. Управління технічними засобами повинно бути гнучким. Тобто необхідно добитись щоб ці засоби спрацьовували  і надавали інформацію в тих випадках, для яких вони призначені. Створення таких умов можливо забезпечити заміною існуючих технічних засобів розвідки на такі, які працюють на різних частотах, або здійснювати управління одним засобом з можливістю працювати на різних частотах.

Промисловість України на середньострокову перспективу (5-10 років) не в стані забезпечити Збройні Сили (ЗС) новітніми зразками технічних засобів розвідки (ТЗР), конструкція яких дозволить їх використовувати в складній завадовій обстановці з дистанційним керуванням по радіоканалах. Комплекс сил і засобів розвідки ЗС України використовується за умов їх функціонування на ділянках частотного діапазону, де засоби РЕБ противника не встановлюють суцільної завади. Розробка системи підтримки прийняття рішень з переналаштування ТЗР на ділянки частотного діапазону, де відсутні завади в загальній системі управління проектами триває 6-8 місяців. Але в дійсний час відсутня технологія, яка дозволить забезпечити ефективне функціонування ТЗР, що дистанційно управляються по радіоканалу в складній завадовій обстановці.

Таким чином, на сьогоднішній день тема **актуальна** і науково-практичним завданням є підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, шляхом розробки та впровадження інформаційної технології.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами.**

Дисертаційна робота є завершеною науковою працею, яка виконувалася на кафедрі розвідки Військової академії (м. Одеса) протягом 2013–2016 рр. відповідно планів наукової й науково-технічної діяльності військової частини А0515 та Сухопутних військ Збройних Сил України (розділ 2 планів 2014-2016 рр.) в інтересах структурних підрозділів Міністерства оборони України, Генерального штабу Збройних Сил України, військових частин А0515, А0653 та А0105 Збройних Сил України. Результати дисертаційної роботи частково відображені в матеріалах та використовувались під час виконання відомчих науково-дослідних робіт (НДР) “Обґрунтування перспективних технічних рішень вдосконалення технічних засобів розвідки” – шифр “Джерело” (інв. номер реєстрації 222/1д/609); “Дослідження способів виконання завдань з урахуванням досвіду асиметричних війн» – шифр “Хист” (інв. номер реєстрації 38/6/307);

“Методика оцінки ефективності структурного підрозділу розвідки Сухопутних військ” – шифр “Еспір” (інв. номер реєстрації 116/7/4/21876); “Обґрунтування перспективних шляхів щодо переобладнання засобів розвідки в інтересах розвідувальних підрозділів та сил спеціальних операцій”– шифр “Каділлак” (інв. номер реєстрації 38/6/308), де автор був виконавцем розділів пов’язаних з розробкою складових інформаційних технологій вибору альтернативних способів управління засобами розвідки в умовах протидії.

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертації є підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, за рахунок розробки та впровадження інформаційної технології вибору альтернативних способів управління особою, яка приймає рішення (оператором).

Для досягнення мети в роботі вирішуються наступні наукові завдання:

– розробка структури технологічної системи дистанційного управління технічними засобами розвідки, в умовах протидії з боку противника;

– визначення реалізацій раціональних мішаних стратегій управління інформаційно-управляючою системою технічними засобами розвідки та розроблення моделі процесу формування реалізацій раціональної мішаної стратегії для дистанційного управління технічними засобами розвідки;

– встановлення раціональної стратегії управління інформаційно-управляючою системою ТЗР в умовах, коли завади для оператора з’являються випадково;

– отримання аналітичних залежностей впливу перехідних процесів у випадку однобічного підслідковування системою управління ТЗР за застосованими противником засобами протидії на процес зміни ефективності ТЗР; вдосконалення відповідної математичної моделі, яка враховує перехідні процеси зміни каналів управління;

– розроблення залежності ефективності складної системи дистанційного управління технічними засобами розвідки від часових характеристик управління;

– підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, за рахунок визначення необхідного часу впізнавання засобів протидії.

**Об’єктом дослідження** є процес підвищення завадозахищеності радіоуправління комплексів технічних засобів розвідки.

**Предметом дослідження** є технічні засоби розвідки, які потребують в сучасних бойових діях ефективного радіоуправління.

**Методи дослідження.** При проведенні досліджень використанні фундаментальні методи математичного моделювання, методи теорії ігор, математичної статистики, а також використанні теоретичні положення теорії планування експерименту під час досліджень з експериментального визначення ефективності отриманих окремих положень роботи в зоні антитерористичної операції.

**Наукова новизна** одержаних результатів полягає в тому, що:

1. Вперше отримана функціональна модель управління підсистемою технічних засобів розвідки, як технологічна система управління, яка враховує навченість оператора, вплив протидії противника та використовує алгоритми методів теорії гри. В моделі, на відміну від відомих, враховано фактор випадковості, що дозволяє здійснювати аналіз завад протягом відрізків часу переходу противника до слідкуючої стратегії та переналаштовування каналів управління.

2. Вперше розроблена інформаційна технологія забезпечення функціонування технічних засобів розвідки системи прийняття рішень на основі застосування мішаних стратегій управління. Застосування технології дозволяє в реальному часі вводити керуючий вплив для протидії противнику, зменшує час викриття об’єктів противника та підвищує її ефективність.

3. Удосконалена інформаційна модель процесу управління технічними засобами розвідки. Модель відрізняється врахуванням результатів визначення раціональних кроків в мішаних стратегіях управління технічних

засобів розвідки. Це дозволяє підвищити ефективність функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії, коли противник відслідковує дії гравця (наші дії).

4. Отримав подальший розвиток метод визначення значень ймовірності застосування противником стратегії протидії для кожного кроку стратегій гравця. Метод відрізняється врахуванням ймовірностей застосування кожної стратегії протидії на всіх попередніх кроках гри. Це дозволило підвищити точність оцінки значення ймовірності дій противника для наступних кроків.

**Практичне значення отриманих результатів.**

Практичне значення наукових результатів дисертаційної роботи підтверджується її впровадженням в діяльність органів військового управляння та процес підготовки фахівців розвідки. Результати дисертаційних досліджень впроваджені в діяльності Розвідувального управління штабу військової частини А0105 Збройних Сил України (акт впровадження від 27.02.2014 р.), у навчальному процесі підготовки фахівців розвідки (акт впровадження від 14.06.2016 р.) та повсякденної діяльності наукових підрозділів Військової академії (м. Одеса) (акт провадження від 15.06.2016р.)

**Особистий внесок здобувача.**

Всі теоретичні результати дисертаційного дослідження, що виносяться на захист, отримані автором особисто. В роботі [12] автором запропоновано відповідні канали зв’язку, як канали управління в складній соціотехнічній системі. В роботі [15] автором запропоновано окремі складові ІТ вибору альтернативних каналів управління технічними засобами (елементами живлення ТЗР). В роботах опублікованих без співавторства із достатньою повнотою відображаються винесені на захист наукові положення, моделі та висновки, що отримані.

**Апробація результатів дисертаційної роботи.**

Результати дисертації обговорювалися на науково-практичних конференціях: п’ята всеукраїнська науково-технічна конференція

“Перспективи розвитку озброєння і військової техніки Сухопутних військ”, Львів, 2012; всеукраїнська наукова конференція “Перспективи розвитку військової освіти і науки”, Одеса, 2013; міжнародна науково-практична конференція, “Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития”, Иваново, 2014; міжнародна науково-практична конференція “Перспективные инновации в науке, образовании, производстве и транспорте”, Иваново, 2014; 6-та Всеукраїнська науково-практична конференція молодих учених і студентів “Сучасний стан та перспективи розвитку системи технічного регулювання, метрології та якості”, Одеса, 2015; міжнародна науково-практична конференція “Современные направления теоретических и прикладных исследований” Иваново, 2015; міжнародна науково-практична конференція “Научный взгляд в будущее”, Одеса, 2016; XXI міжнародна науково-методична конференція, “Управління якістю підготовки фахівців”, Одеса, 2016; II всеукраїнська науково-практична конференція “Электротехнические и компьютерные системы”, Одеса, 2016; третя всеукраїнська науково-практична конференція “Спільні дії військових формувань і правоохоронних органів держави: проблеми та перспективи” Одеса, 2016.

# РОЗДІЛ І
# ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПО ПІДВИЩЕННЮ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РОЗВІДКИ ЩО ДИСТАНЦІЙНО УПРАВЛЯЮТЬСЯ

## 1.1 Аналіз ефективності складних систем управління технічними засобами розвідки

Під ефективністю складної системи прийнято розуміти здатність системи виконувати покладені на неї завдання [12, 13]. Питання вибору показників, придатних для використання в якості критеріїв ефективності, розглянуті в роботах ряду авторів [14-18]. Система по управлінню технічними засобами має специфічне призначення, принципи дії й умови застосування, що обумовлює особливості кількісної оцінки її ефективності. Найважливіші вимоги, яким повинен відповідати критерій ефективності виробів ПД-430Б, 1К15, 1К18 складаються в наступному:

– відображення основного призначення цих технічних засобів розвідки й відповідність критерію мети проведеного дослідження;
– критичність до параметрів, що характеризують призначення цих засобів;
– наочність і простота визначення.

Розрізняють прямі й непрямі показники ефективності, прямі показники виражають ефективність через ефект, що досягається в результаті функціонування системи [13-15]. При цьому специфічний прямий показник характеризує ефект, отриманий при досягненні мети функціонування, а прагматичний прямій показник визначає ступінь досягнення мети, тобто підвищення ефективності роботи технічних засобів розвідки (ТЗР) за рахунок покращення управління. (середнє число виконаних завдань, ймовірність досягнення мети).

Непрямі показники ефективності відбивають рівень властивостей, що впливають на результат функціонування системи технічних засобів розвідки. На порядок збільшились засоби радіоелектронної боротьби противника, які направлені на виявлення та придушення роботи радіо засобів та природних перешкод [93]. При функціонуванні складної системи з метою досягнення певного результату як показник ефективності приймається ймовірність виконання поставленого завдання, ступінь, що характеризує пристосованість системи до виконання свого призначення. Якщо ж метою функціонування є досягнення максимуму (мінімуму) якогось показника, то критерієм є величини цього показника.

Ефективність $E$ системи $S$, яку ми розглядаємо визначається призначенням $W_п$, результатами її використання по призначенню $W$ та витратами на її створення й експлуатацію $C$. У найбільш загальному виді запропонований Х.Г. Волховером і іншими авторами критерій ефективності має вигляд [12, 13, 99]

$$E = \frac{W - C}{W_п}, \qquad (1.1.1)$$

де $W_п$ визначається як результат застосування системи у випадку виконання нею всього обсягу завдань; $W$ – результат використання системи по призначенню; $C$ – витрати на створення й експлуатацію системи.

Ступінь відповідності системи вимозі повністю й у встановлений термін виконувати у відповідних умовах завдання, які перед нею стоять – називають технічною ефективністю. Підсумки порівняння $W$ та $W_п$ утворюють критерій технічної ефективності

$$E_т = E_т(W, W_п).$$

Порівняння витрат $C$ на створення й експлуатацію системи з результатами використання системи по призначенню $W$ характеризує економічну ефективність системи $E_е$, а підсумки порівняння утворюють критерій економічної ефективності

$$E_е = E_е(W, C).$$

На різних етапах «життя» складної системи технічних засобів розвідки від ранніх етапів проектування до етапів експлуатації й модернізації міняються мета дослідження й критерії ефективності.

Однієї з основних завдань дослідження складних систем ТЗР з дистанційним управлінням є завдання вибору управління, яка припускає проведення порівняльного аналізу й оцінки альтернативних способів управління системою. При такій меті дослідження системи від загального критерію виду (1.1.1) можна перейти до більш простих і наочних частинних критеріїв $E_т$ і $E_е$. Якщо в процесі дослідження $W_п$ і $C$ постійні, то для вибору управління як критерію ефективності можна прийняти показник $W$. Порівняльна оцінка варіантів управління дозволяє перейти від абсолютних показників ефективності до відносних. Для дослідження питань управління системою необхідно описати функціонування системи й виділити із циркулюючої в системі інформації таку, яка суттєво впливає на результат функціонування.

Складна система ТЗР містить у собі елементи, які виконують ряд більш простих операцій, що становлять частину всіх реалізованих системою операцій.

Розробкою, конструктуруванням та дослідженнями особливостей роботи радіоелектронних засобів займалися ряд науковців [70-78, 95]. Для кількісної оцінки схемних і конструктивних особливостей системи і її елементів використовуються технічні характеристики ( $x_1,\ x_2 \dots, x_i, \dots$ ). Умови використання системи описуються характеристиками ( $y_1,\ y_2 \dots, y_i, \dots$ ), а план застосування – характеристиками ( $\beta_1,\ \beta_2 \dots, \beta_i, \dots$ ). В результаті показник $W$ у загальному виді визначається як

$$W = W(x_1, x_2 \dots, x_i, y_1, y_2 \dots, y_i, \dots \beta_1, \beta_2 \dots, \beta_i, \dots).$$

При постійних значеннях $x_i$ та $y_i$ значення критерію $W$ може змінюватись тільки за рахунок плану управління системою

$$W = W(\beta_1, \beta_2 \dots, \beta_i, \dots).$$

Можливість переходу від загального критерію до частинних критеріїв дозволяє спростити обчислення.

Особливості оцінки ефективності складних систем військової техніки пов'язані із призначенням, принципами дії та їх складом. Такі системи можуть бути призначені для знищення (виведення з ладу або придушення) сил і засобів противника, для зниження ефективності засобів противника без їхнього знищення й для підвищення ефективності своїх засобів. Основною особливістю застосування технічних засобів розвідки якими ведеться дистанційне управління є наявність протидії з боку противника. Метою протидії є зниження ефективності цих засобів за рахунок придушення.

Протидія припускає наявність системи $S_1$ із засобами захисту $(X_1, X_2 \dots, X_i, \dots, X_m)$ й антисистеми $S_2$ із засобами протидії $(У_1, У_2 \dots, У_j, \dots, У_n)$. При незмінних технічних характеристиках $x_i$ та умовах застосування $у_i$, підсумком використання засобу захисту $X_i$ і пасивного засобу протидії $У_j$ є досягнутий системою $S_1$ результат

$$W_{ij} = W_{ij}\,(X_i, \; У_j)\,.$$

Множина усіх досягнутих результатів функціонування системи $S_1$ описується повністю матрицею показників ефективності $\left\|W_{ij}\right\|_n^m$, де в кожний момент часу $t$ використовується тільки по одному засобу $X_i$ та $У_j$. Одночасне застосування всіх засобів захисту (протидії) не є доцільним, оскільки зростає складність системи, знижується її надійність. Змістом управління функціонуванням системи $S_1$ є реалізація за допомогою оператора управління $G_{\text{упр}}$ правила вибору засобу $X_i$ ($i = \overline{1,m}$) і тривалості їх використання $T(X_i)$ в умовах застосування антисистемою $S_2$ засобів $У_j$ ($j = \overline{1,n}$) протягом часу $T(У_j)$. Таким чином, оператор $G_{\text{упр}}$ є функціоналом вигляду

$$G_{\text{упр}} = G_{\text{упр}}\left[ X_i, У_j, T(X_i),\ T(У_j) \right]$$

По характеру обліку часу, критерій $W_{ij}$ є статистичним, а критерій $W$ – динамічним, оскільки

$$W = W(W_{ij},\ G_{упр}). \qquad (1.1.2)$$

Виходячи з (1.1.2) виникає завдання обчислення критерію $W$ через $W_{ij}$ при заданому способі управління $G_{\text{упр}}$ або завдання відшукання раціонального правила застосування засобів захисту, максимінного критерію $W$. При цьому якість управління оцінюється по загальному результату, що досягається системою $S_1$ в умовах протидії. Одержання й дослідження залежності між результуючим показником ефективності $W$ та частками $W_{ij}$ дозволить синтезувати оптимальну структуру управління $G_{\text{упр}}$ засобами захисту в складній системі $S_1$.

На теперішній час, технічні засоби розвідки, виступають в якості об’єкта управління. Параметр, на який впливає ця система управління, це – ефективність ТЗР. В умовах протидії, щоб використовувати технічні засоби розвідки по призначенню, оператор формує (впливає на органи управління технічних засобів). При цьому технічні засоби розвідки налаштовуються під виконання бойової задачі.

Особовий склад, технічні засоби, підсистеми забезпечення функціонування сил та засобів розвідки, з точки зору управління параметром який описує якість функціонування всієї сукупності зазначених об’єктів слід розглядати як єдину соціотехнічну систему зі взаємозв’язками між елементами.

## 1.2 Аналіз ігрових методів по визначенню раціонального управління технічними засобами розвідки в умовах протидії

Ігрові методи розвиваються в рамках математичного розділу математики, який отримав назву – теорія ігор.

Теорія ігор – це математичний апарат для моделювання узгодження інтересів сторін [56, 60]. Це визначення підкреслює той факт, що метою застосування теорії ігор є визначення інтересів сторін, знаходження можливих варіантів узгодження таких інтересів, та пропозиції прогнозу розвитку подій у відповідності до зробленого сторонами вибору. В цьому визначенні ми підкреслюємо прикладну сторону теорії ігор, яка має потужний апарат для того, щоб для однієї й тої ж самої задачі розглядати багато різних моделей, підходів та концепцій для її вирішення [34-37].

Задачею дослідження є не стільки знаходження можливих концепцій рішення – для цього є чіткі та однозначні математичні співвідношення – а саме вибір із всіх можливих концепцій саме тієї, яка й буде «потрібною», «найефективнішою», «оптимальною» [43, 44].

Наше визначення підкреслює також ту обставину, що може бути ситуація, коли всі концепції рішень можуть нам «не підійти». І що для дослідження потрібно поставити наступну задачу:

Як саме потрібно змінити умови задачі (які називаються умовами гри), щоб нова задача привела нас до потрібного нам результату. А тепер дамо сукупність визначень, які використовуються в теорії ігор.

Сторони, які приймають участь в узгодженні своїх інтересів, називаються гравцями (player’s). Обстановкою (environment) гри називається сукупність всіх об'єктів та суб'єктів, які впливають на дану гру. Це можуть бути гравці що управляють технічними засобами розвідки в умовах протидії, керівні органи, природні явища тощо.

Гравець здатний формувати стратегії (strategies) або дії (actions) та вибирати їх з деякої множини. Під стратегією найчастіше розуміють опис послідовності дій, технологій (technologies) для застосування, методів (methods), алгоритмів (algorithms), способів (mechanisms) тощо.

В результаті вибору дії гравець під впливом обстановки отримає результат, який є раціональним з усіх можливих для даної гри результатів діяльності.

Відзначимо, що множини можуть не співпадати: зумовлено це впливом обстановки. Наприклад, відсутністю потрібної гравцю інформації, впливом зовнішнього середовища, діями інших учасників гри тощо. Важливою для практичного застосування теорії ігор є та обставина, що для конкретної людини як для гравця існують певні обмеження відносно тих стратегій, які вона може вибрати. В [43, 44] показано, що з множини усіх можливих стратегій конкретна людина вибирає лише стратегії із певної підмножини. Причому, можливо однозначно зв'язати конкретну задачу із відповідною множиною. Це дозволяє говорити про типи гравців (в [40-42] поняття типу розширено за межі теорії ігор і застосовується до широкого класу задач теорії управління взагалі).

В теорії ігор кажуть, що гравець має властивість визначати переваги (advantages) на множині результатів, коли він володіє здатністю порівнювати між собою різні результати своєї діяльності. Як правило, на цій обставині часто навіть не зупиняються, але є досить широкий клас задач з управління системами, де весь ефект полягає саме в тому, що цією властивістю один чи декілька гравців не володіють (притому вони навіть можуть не знати, що це є саме так).

Наступним ключовим елементом в теорії ігор є концепція раціональної поведінки для гравця. Під раціональною поведінкою (rational behavior) гравця розуміють, що гравець з урахуванням всієї наявної у нього інформації вибирає саме ті стратегії, які приводять до найбільш бажаних для нього результатів. Це є припущення, і до того ж дуже сильне припущення. Часто його доповнюють припущенням [38, 39], яке полягає в тому, що гравець прагне зменшити існуючу невизначеність для того, щоб приймати рішення в умовах повної інформованості (complete information).

Щоб завершити побудову опису окремого гравця в теорії ігор, необхідно ще ввести в розгляд функцію корисності (utility function) для результату вибору стратегії (дії) даним гравцем. Функція корисності виражає в числовому вигляді результат дії гравця.

Сукупність стратегій називається обстановкою гри для гравця (це вектор, в якому зібрані стратегії всіх інших гравців). Тепер ми можемо описати інформацію, яка необхідна, щоб задати гру.

1. Описати всіх гравців.
2. Описати цілі (goals) учасників гри.
3. Описати правила гри (game's rules).
4. Описати рівень інформованості гравців: що вони знають, тощо.

Введення поняття випадкової величини визначило наступний крок розвитку теорії ймовірностей як науки, яка займається виявленням закономірностей масових випадкових явищ природи, тому що опис випадкових явищ природи зручно подавати в термінах випадкових величин, а їх закономірності подавати законами розподілу випадкових величин.

Випадковою величиною називається величина, яка в результаті випробування може приймати певне можливе значення, причому заздалегідь невідомо, яке саме. Прийнято позначати випадкові величини великими літерами латинського алфавіту ($X$, $Y$, $Z$ та ін.), а їх можливі значення – відповідними малими літерами: $x_i$ , $y_i$ , $z_i$.

Законом розподілу випадкової величини $X$ як дискретної, так і неперервної, є будь-яке співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини $X$ та їм відповідними ймовірностями. Форми подання закону розподілу випадкової величини $X$

існують різні.

Якщо випадкова величина $X$ є дискретною, то її закон розподілу може подаватися в таких формах: ряд розподілу, багатокутник розподілу, функція розподілу, твірна функція розподілу, характеристична функція розподілу.

При практичному опису закону розподілу дискретної випадкової величини в предметних галузях знань частіше використовують такі форми подання, як ряд розподілу, функція розподілу, твірна функція розподілу; подання закону розподілу у вигляді характеристичної функції розподілу використовується не завжди.

Якщо випадкова величина $X$ є неперервною, то її закон розподілу може подаватися у таких формах: функція щільностей ймовірностей розподілу випадкової величини (функція щільностей ймовірностей, функція щільностей, щільність ймовірностей), функція розподілу, твірна функція розподілу, характеристична функція розподілу. При практичному використанні опису закону розподілу неперервної випадкової величини частіше використовуються такі форми, як щільність ймовірностей та функція розподілу, а такі форми, опису закону розподілу неперервної випадкової величини, як твірна функція та характеристична функція, використовуються не завжди.

В найбільш затребуваних технічних засобах розвідки як вироби ПД-430Б, 1К15, 1К18, які виконують відповідні завдання по дистанційному управлінню по радіоканалу, вибір управління функціонуванням складної системи є завданням дослідження операцій. В ігрових методах протидія функціонуванню може організовуватися розумним противником або здійснюватися “природою”, тобто радіоуправління може бути придушене засобами радіоелектронної боротьби (РЕБ) противника або природних перешкод.  Теоретичною основою вибору управління при дослідженні конфліктних ситуацій служить теорія ігор і статистичних рішень [26, 27]. Найбільш повно розроблена теорія некооперативних ігор двох гравців з нульовою сумою. Для різних ігор (у відповідності з наявною класифікацією) розроблені різні методи їх рішення.

Найкраще визначаються оптимальні стратегії й ціна гри при наявності в матричній грі домінуючих стратегій. Для матричної гри існують максимінна й мінімаксна стратегії, що забезпечують гравцям одержання гарантованих результатів (критерій Вальда). Критерій Вальда забезпечує максимізацію мінімального виграшу або, що те ж саме, мінімізацію максимального програшу (втрат), який може виникнути при реалізації однієї зі стратегій. Цей критерій орієнтує дотримуватися вкрай обережної поведінки. Така поведінка прийнятна наприклад, коли гравець не має зацікавленості в крупному виграші, але хоче себе застрахувати від неочікуваних програшів. Вибір такої поведінки визначається відношенням гравця до ризику. Критерій Вальда застосовують у тих випадках, коли необхідно забезпечити успіх в будь-якій ситуації. Методика відшукання такого рішення досить проста, однак це рішення не є кращим; крім того, воно нестійке й залежить від ступеня інформованості гравців про стан гри.

Основна теорема теорії ігор про рівність максиміна й мінімакса встановлює умови існування оптимальних стратегій і ціни гри [45, 46]. Ця теорема сформульована для матричних і неперервних ігор і надалі узагальнена в роботах ряду авторів [47-50] при різних припущеннях щодо функції виграшу й простору стратегій гравців. Однак, твердження про існування ціни гри й оптимальних стратегій не дає методу рішення будь-якої конкретної гри. Формули для обчислення рішення матричних ігор відомі для дуже невеликого класу ігор, зокрема, для багатопараметричних ігор до кінця вирішена лише матрична гра з діагональною матрицею виграшів. Труднощі рішення викликані тим, що часто два якісно однотипні завдання за рахунок кількісної відмінності параметрів мають зовсім різні рішення. Тому практичний спосіб рішення, що обслуговує досить широкий клас ігор, реалізується у вигляді алгоритму, що володіє цілим рядом особливостей. Прикладом досить простого алгоритму є графічний метод рішення матричних ігор виду $2 \times m$, $n \times 2$, $3 \times m$ та $n \times 3$.

Рішення матричних і неперервних ігор може здійснюватися чисельними методами. Для матричних ігор широко використовується метод ітерацій [45, 46]. Цей метод, що полягає в послідовному програванні партії й виборі чистої стратегії з обліком усіх попередніх партій, легко реалізується на ЕОМ. Недоліком методу є повільна збіжність до точного рішення. Наприклад, для матриці $\left\|a_{ij}\right\|_n^m$ помилка між обчисленим наприкінці $N-ї$ ітерації значенням ціни гри і її дійсним значенням $\nu$ не перебільшує величини $CN^{-\frac{1}{m+n+2}}$, де $C = max_{ij}\left|a_{ij}\right|2^{m+n}$ [25].

Ітеративний метод Брауна може застосовуватися й для рішення деяких неперервних ігор, у яких функція виграшу $M(x, y)$ неперервна й визначена на одиничному квадраті, де $x$ та $y$ обираються з інтервалу [0, 1]. Для збільшення швидкості збіжності ітераційного методу модифікується процедура вибору чистих або мішаних стратегій на послідовних кроках програвання гри введенням зростаючої нижньої та спадаючої верхньої оцінок ціни гри [47-50]. Я.І. Лихтеровим запропонований метод управління збіжністю шляхом вибору вагових функцій для використовуваних стратегій.

Для симетричних ігор, у яких кососиметрична матриця має властивість $\left\|a_{ij}\right\| = \left\|- a_{ji}\right\|$, рішення може бути знайдено за методом Брауна-фон Неймана [48]. Метод полягає в послідовній лінеаризації кожного з рівнянь нелінійної системи, в результаті чого отримується явний вираз чергової змінної який підставляємо в усі нелінеарізовані рівняння. Даний процес продовжується до тих пір, поки не буде отримано вираз для останньої змінної, в якому вона вже не залежить від інших змінних. Цей метод приводить до необхідності рішення на ЕОМ системи з $m$ диференціальних рівнянь, але використання при цьому чисельних методів при більших значеннях $m$ може привести до серйозних труднощів. Область застосування зазначеного методу суттєво розширюється завдяки можливості переходу від довільної матричної гри до симетричної гри [47-50]. Потім рішення, отримане для утвореної симетричної гри, перетворюється в рішення для вихідної довільної матриці.

Задача пошуку рішення матричної й неперервної гри може бути зведена до задачі лінійного програмування, яка дозволяє вирішувати задачі теорії ігор добре розробленими методами послідовного поліпшення плану, послідовного скорочення нерозв'язаних рішень, симплекс-методом і іншими [45-47].

Необхідні умови, що забезпечують обчислення і вплив на величину інформованості про ігрову обстановку наведені в роботах ряду авторів [26, 27]. Якщо функція розподілу невідома, а кількість варіантів реалізації обмежена, то використовуючи критерій Геймейера одержуємо невиправдано великий ризик.

Умови його застосування наступні:

– ймовірності виникнення можливих станів системи усі відомі;
– необхідно враховувати виникнення того чи іншого стану, окремо або у комплексі;
– допускається деякий ризик;
– рішення може бути реалізовано один або декілька разів.

При рішенні матричних та неперервних ігор не розглядається залежність функції виграшу від часу, хоча більшість реальних конфліктів будується в часі або неперервно, або дискретно. З вивченням конфліктів такого роду зв'язані багатокрокові й диференціальні ігри.

У диференціальних іграх гравці вибирають рішення у кожний момент часу, а стан гри описується диференціальними рівняннями в яких обрані значення стратегій входять в якості управління. В класичному завданні переслідування при безперечному перехопленні одного об'єкта іншим визначаються траєкторії з мінімальним (максимальним) часом перехоплення. Обмеження можливостей управління або часом переслідування зводить завдання погоні до гри на виживання. Основний метод рішення таких ігор базується на функціональних рівняннях динамічного програмування, одержуваних шляхом багатокрокової оптимізації рішень за принципом оптимальності Беллмана, який показано в роботах [51, 52].

Метод динамічного програмування полягає в тому, що оптимальне управління будується поступово. На кожному кроці оптимізується управління тільки цього кроку. Разом з тим на кожному кроці управління вибирається з урахуванням наслідків , так як управління, що оптимізує цільову функцію тільки для даного кроку, може призвести до неоптимального ефекту всього процесу. Управління на кожному кроці має бути оптимальним з точки зору процесу в цілому. Це основне правило динамічного програмування, сформульоване Беллманом, називається принципом оптимальності.

Отже, який би не був початковий стан системи перед черговим кроком, управління на цьому етапі вибирається так, щоб виграш на даному кроці плюс оптимальний виграш на всіх наступних кроках був оптимальним.

При неперервному управлінні широко використовується принцип максимуму, що дозволяє вирішувати задачі з обмеженнями [46, 47]. З деякими видозмінами цей принцип застосуємо й для розв'язання дискретних задач. Дискретний принцип максимуму й динамічне програмування математично можуть бути отриманої один з іншого. Однак, застосування цих методів має особливості. Принцип максимуму дозволяє обчислити одразу весь раціональний шлях з наступним його поліпшенням за рахунок задоволення граничних умов, що створює труднощі при рішенні кінцевих задач. При динамічному програмуванні на кожному кроці проводиться пошук усіх змінних і вибирається раціональний шлях між кроками. Динамічне програмування робить глобальний пошук рішення, тоді як принцип максимуму може давати локальні екстремуми.

Широке застосування у військовій області знаходять ігри, пов’язані з вибором часу дії. Для ігор з вибором моменту часу, названих дуельними, можливі дії гравців задані заздалегідь, а шуканою стратегією є час дії. Кожний гравець, ризикуючи програти, прагне затримати свої дії. У цих умовах рішення залежить від того, хто із гравців робить 1-й хід у грі.

Дослідження таких конфліктних ситуацій спрямоване на рішення питань живучості, раціонального розподілу засобів нападу й захисту й інших.

Для розв'язання зазначених завдань широко використовується метод динаміки середніх, що дозволяє визначати середню чисельність сторін на будь-який момент бою, середній час закінчення бою, чисельність необхідних бойових одиниць на початок бою для перемоги в заданий час. При повній інформованості про бій для рішення використовуються диференціальні рівняння Ланчестера, а при частковій проінформованості – рівняння Динера
За класифікацією, введеною Ланчестером, аналітичному аналізу піддаються лінійна, квадратична й мішана моделі бою [53, 55]. У випадку неодночасного початку бою облік превентивності дій однієї зі сторін, що виконує перший хід, дозволяє визначити припустиме запізнювання відповідного удару, яке ще забезпечує перемогу.

Зазначені моделі дій отримані для активних засобів протидії й розглянуті в численних роботах [53-61].

Задача створення інформаційної технології може бути розв’язана тими методами теорії ігор, де за підсумками гри, відшукується максимальне середнє значення показника ефективності технічних засобів розвідки в умовах протидії, з урахуванням перехідних процесів (налаштування, перехід на іншу частоту, порядок заміни технічних засобів і т.ін).

Дана робота присвячується дослідженню питань управлінню технічними виробами розвідки пасивними засобами захисту й протидії з розрахунку їх використання в часі.

### 1.3 Планування цілеспрямованих дій та ухвалення рішень, при дистанційному управлінні технічними засобами розвідки

Аналіз сучасного стану тактичних формувань розвідувальних підрозділів показує, що їх можливості щодо викриття угрупування протидіючого противника нижче потрібних, а питання побудови системи розвідки в некласичних формах ведення бойових дій до кінця не вирішені. Це пов’язано з недосконалістю проведення досліджень з питань ефективності систем технічних засобів розвідки. Ці обставини диктують необхідність пошуку нових діючих підходів, заснованих, перш за все, на підвищенні ефективності функціонування технічних засобів розвідки [19-25].

Дослідження операцій акумулює математичні методи, які використовують для прийняття керівних рішень у різних сферах людської діяльності [26, 27].

Керування будь-якою системою реалізується як процес, підпорядкований певним законам. Знання цих законів допомагає визначити умови, необхідні та достатні для здійснення такого процесу. Отож метою дослідження операцій є кількісне обґрунтування керівних рішень.

Предметом дослідження операцій, здебільшого, є задачі на знаходження екстремумів однієї чи декількох функцій за певних умов. Об’єктами дослідження операцій є різні сфери людської діяльності, де необхідно здійснювати вибір найкращого з можливих варіантів дій.

Сьогодні наука приділяє значну увагу питанням організації та керування. Підстав щодо цього безліч. Швидкий розвиток та ускладнення техніки, розширення масштабів здійснюваних заходів і спектра їхніх можливих наслідків, впровадження автоматизованих систем керування в усі області виробництва й людської діяльності – все це зумовлює до необхідності аналізу складних цілеспрямованих процесів під кутом зору їхньої структури та організації. Від науки чекають рекомендацій щодо розумного (оптимального) керування цими процесами [28-30, 79]. Функціонування будь-якої системи полягає у тому, що вона сприймає зовнішню ситуацію і певним чином реагує на неї. Аналізуючи ситуацію, системі необхідно ухвалити рішення щодо вибору певної дії, виходячи з власної мети (або цілі).

Однак, таке рішення – це завершальний етап процесу планування цілеспрямованих дій, який полягає в аналізі можливих дій системи та наслідків цих дій. Аналізуючи можливі наслідки, система оцінює один з них як найсприятливіший для себе й обирає ту дію, яка спричинить до цього наслідку.

Операція – загальний термін, який означає будь-яку цілеспрямовану дію. Кажучи про операцію, ми асоціюємо з нею деякого суб'єкта, який формулює ціль операції. Заради досягнення певної цілі й здійснюють операцію (цілеспрямовану дію).

Ухвалення рішення – це особливий процес людської діяльності, спрямований на вибір найкращого варіанта дій. Людина обирає послідовність вдалих чи невдалих рішень.

Здебільшого, такі рішення не можна передбачити й оцінити їхні наслідки. Можна лише припускати, що визначений варіант рішення матиме найкращий результат.

Формалізуємо задачу ухвалення рішення, яка полягає у виборі раціонального варіанта дії з певної множини можливих варіантів. Така формалізація даватиме змогу класифікувати задачі ухвалення рішення і відокремити ті з них, які служать об'єктом вивчення дослідження операцій.

Нехай, маємо множину можливих варіантів дій $X$ (скінчену або нескінчену). Вибір деякого з варіантів $x_i \in X$ передбачає певний наслідок (результат, вихід) $y_i \in Y$, де $Y$ – множина можливих наслідків (тобто між варіантом дії $x_i$ та наслідком $y_i$ існує причинно-наслідковий зв'язок). Окрім того, вважають, що існує певний механізм такого вибору, який відображає систему переваг у затвердженні рішень. Зазвичай, оцінюють якість наслідку.

Варіанти дій прийнято називати альтернативами. Альтернативи – невід'ємна частина проблеми ухвалення рішень: якщо немає з чого вибирати, то немає і вибору. Отже, для постановки задачі ухвалення рішень необхідно мати хоча б дві альтернативи. З них необхідно обрати найкращу (зазвичай, таку, яка забезпечить найвищу якість наслідку).

Перейдемо до аналізу сформульованої задачі ухвалення рішень. Перший важливий момент стосується характеру зв'язку між альтернативами та наслідками.

Цей же зв'язок може бути випадковим, коли вибір $x_i$ визначає деяку щільність розподілу ймовірностей на множині $Y$ (іноді кажуть, що з кожним $x_i$ пов'язана деяка лотерея). У цьому випадку вибір $x_i$ вже не гарантує отримання конкретного результату $y_i$, а саму задачу називають задачею ухвалення рішень в умовах ризику (рис. 1.1).

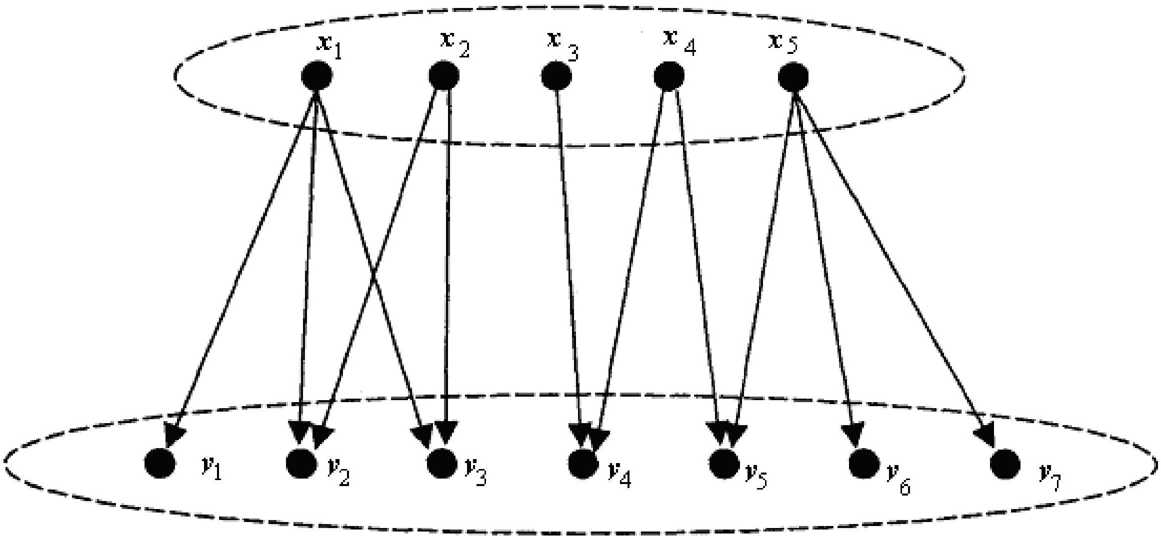



Рис. 1.1. Випадковий зв'язок

Якщо кожній стрілці орграфа на рис. 1.1 можна приписати вагу – ймовірність $p_{ij}$ настання наслідку $y_j$ за вибору альтернативи $x_i$, то цей орграф ілюструватиме тип випадкового зв'язку між альтернативами та наслідками у задачі ухвалення рішень в умовах ризику.

У деякому розумінні найпростіша ситуація виникає, коли кожен наслідок $y_i$ можна оцінити конкретним дійсним числом відповідно до деякого відображення. У цьому випадку порівняння наслідків зводиться до порівняння відповідних щодо них чисел, наприклад, результат $y_i$ вважається кращим, ніж $y_j$ ($i \neq j$), якщо $f(y_i) > f(y_j)$ (задача максимізації). Наслідки еквівалентні (позначення $y_i \sim y_j$), якщо $f(y_i) = f(y_j)$.

Таку функцію $f$ називають цільовою функцією, критеріальною функцією, функцією критерію оптимальності або ж критерієм оптимальності. Остання назва не цілком коректна, оскільки критерій оптимальності – це деяке правило, що дає змогу порівнювати наслідки між собою та відрізняти “оптимальні” наслідки від “неоптимальних”.

У нашому випадку це правило стосується завдання цільової функції. Як відомо, однозначне відображення довільної множини на множину дійсних чисел називають функціоналом. Тому цільові функції ми часто називатимемо цільовими функціоналами.

У цьому випадку задача вибору оптимального результату зводиться до задачі вибору оптимальної альтернативи на множині *X* і реалізується безпосередньо методами дослідження операцій.

Дещо реалістичнішою є ситуація, коли на відміну від попереднього випадку “якість” чи “корисність” результату *y* оцінюється не одним числом $f(y)$, а декількома, тобто існує декілька показників якості рішення (критеріїв), які описуються функціями

$$f_k\colon Y \to R,\ k = 1, 2, \ldots, m,$$

причому кожну з часткових цільових функцій $f_k$, необхідно максимізувати.

Зрозуміло, що у випадку багатокритеріальних оцінок наслідків виникають значно складніші математичні моделі ситуацій вибору, ніж в однокритеріальному випадку. Критерії, здебільшого, суперечливі і, зазвичай, досягають максимумів у різних точках. Отже, виникають не тільки алгоритмічні труднощі отримання рішень, але й власне концептуальні труднощі.

Тому, для рішення задачі вибору інформаційної технології пошуку стратегії управління технічними засобами розвідки доцільно застосовувати метод раціональної стратегії управління у випадку однобічного відслідковування.

### 1.4 Постановка задачі дослідження

Дослідження питань по управлінню технічними засобами розвідки показує що при високому рівні радіозавад, коли противник веде радіопридушення управління зовсім зникає. В зоні проведення бойових дій противник майже завжди сканує радіоефір і в тому числі частоти, які використовуються по радіоуправлінню технічними засобами розвідки.

Графічно можливо показати на рис. 1.2, де показана залежність стійкої роботи технічних засобів розвідки (виграшу $a$), від часу застосування противником засобів радіоелектронної боротьби ( $t$).

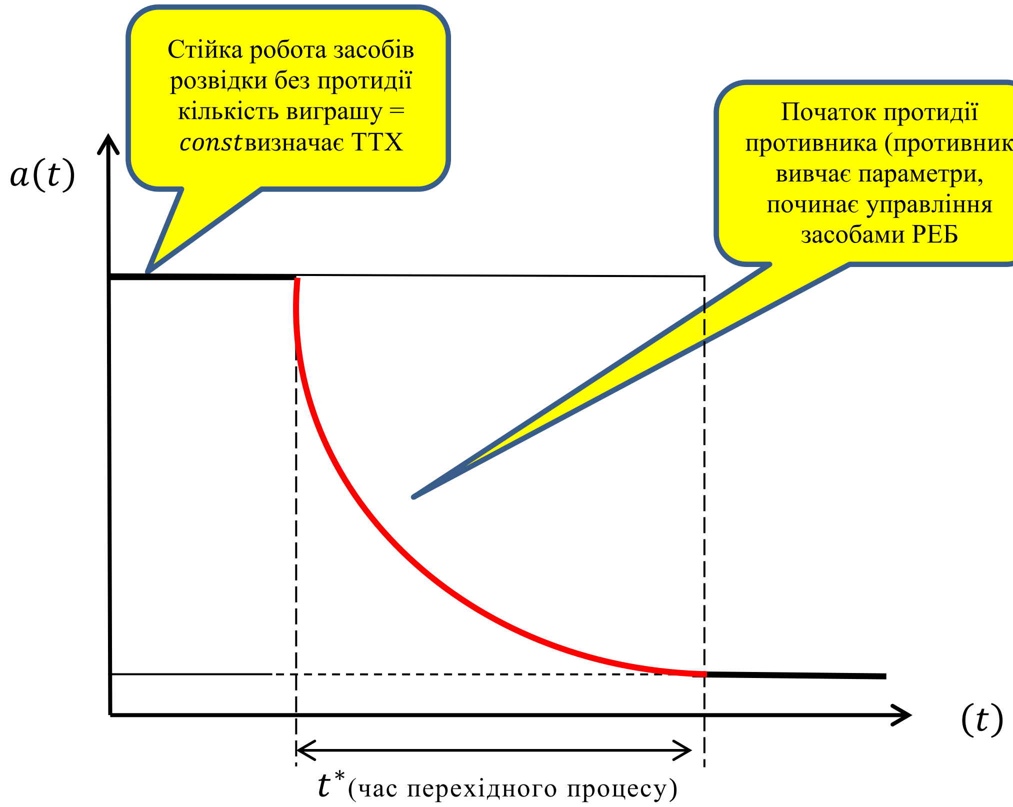



Рис. 1.2. Робота технічних засобів розвідки в умовах протидії засобів РЕБ

Управління технічними засобами повинно бути “гнучким”, тобто необхідно добитись того щоб ці засоби спрацьовували і застосовувались в тих випадках, для яких вони призначенні. Створення таких умов можливо забезпечити періодичною заміною технічних засобів розвідки, які працюють на різних частотах, або здійснювати радіоуправління одним засобом з можливістю працювати на різних частотах. При цьому управління буде включати в себе питання часу застосування та підготовчих операцій необхідних для використання даних засобів. В комплексах ПД-430Б, ТАБУН-1, "РЕАЛІЯ-У" по тактико - технічним характеристикам не має можливості здійснювати радіоуправління на різних частотах.

Порядок функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються в умовах протидії засобами РЕБ противника можливо показати на функціональній схемі (рис. 1.3).

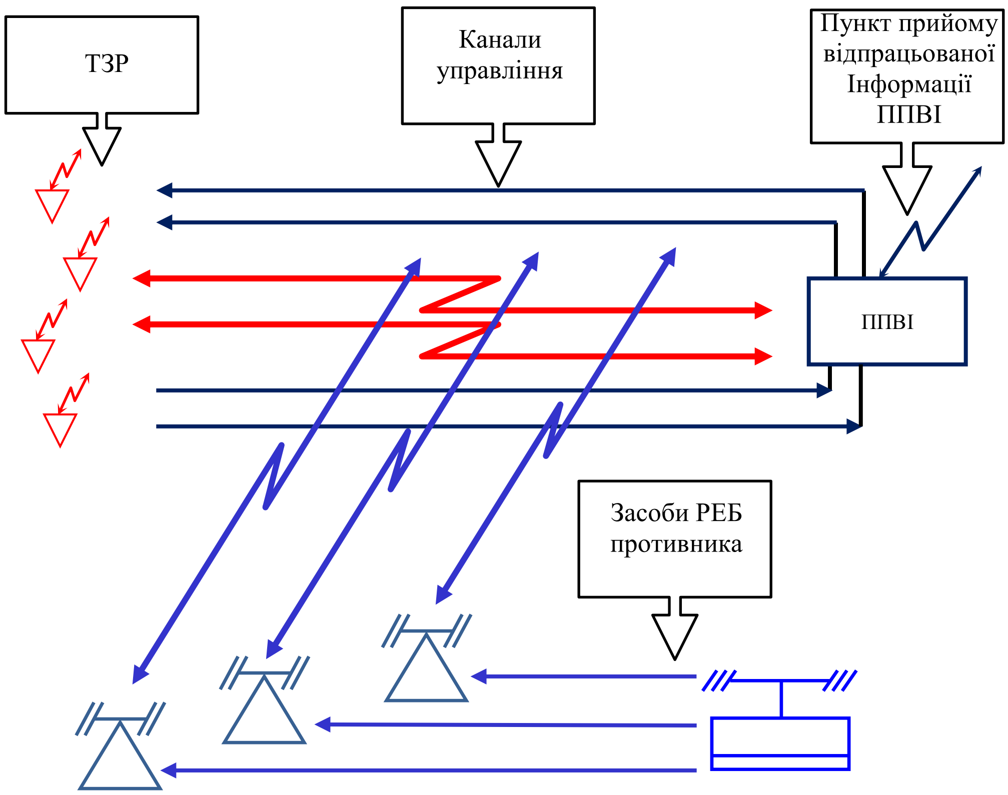



Рис. 1.3. Функціональна схема технологічної системи дистанційного управління технічними засобами розвідки в умовах протидії з боку противника

Дослідження питань по підвищенню ефективності та функціонуванню технічних засобів розвідки що дистанційно управляються розглянемо у вигляді складної системи [88, 89]. Нехай система технічних засобів розвідки (ТЗР) $S_1$, якою управляють, функціонує на заданих частотах протягом часу Т з метою виконання задачі по заздалегідь заданому критерію ефективності Е.

Засоби РЕБ противника або природні фактори, які роблять завади на цих частотах $S_2$ знижують значення показника Е системи управління технічним засобом розвідки $S_1$, використовуючи множину сигналів протидії

$$У=\left\{ У_1,\ У_2 \dots, У_j, \dots,\ У_n \right\} \qquad (1.4.1)$$

Таким чином обмеженість технічних характеристик цих засобів та більш високі можливості засобів РЕБ приводить до вимог вдосконалення виробів ПД-430Б, 1К15, 1К18 по вірогідній зміні частот в часі при радіоуправлінні.

Система, якою управляють $S_1$ для відновлення ефективності Е має у своєму розпорядженні множину засобів захисту

$$X = \{ X_1,\ X_2 \dots, X_i, \dots,\ X_m \} \qquad (1.4.2)$$

В якості множини можливо використовувати ведення управління технічним засобом розвідки на різних частотах, використовувати декілька технічних засобів розвідки якими управляють на різних частотах або псевдовипадковий перескок радіочастоти (ППРЧ) і систему управління цими засобами $S_{1упр}$. З множинами Х та У, які зв'язані часом застосування засобів захисту

$$T^{x}= \{T^{x}_{1}, T^{x}_{2},\dots, T^{x}_{i},\dots,T^{x}_{m}\} \qquad (1.4.3)$$

і засобів протидії

$$T^{у}= \{T^{у}_{1}, T^{у}_{2},\dots, T^{у}_{j},\dots,T^{у}_{n}\}, \qquad (1.4.4)$$

де: $T^{x}_{i}$- час одноразового застосування засобу захисту $X_i$ для управління технічним засобом розвідки; $T^{у}_{j}$- час однократного застосування засобу протидії $У_j$ (перешкоди).

У кожний момент часу t значення ефективності $E_{ij}$(t) системи ТЗР $S_1$, якою управляють, визначається впливом на неї засобу протидії $У_j$ ( $У_j$ є У) і засобом захисту $Х_i$ ( $Х_i$ є Х); причому, протягом часу застосування зазначених впливів $E_{ij}$ не змінюється. Система, якою управляють $S_1$ має засоби протидії системи $S_2$ і відповідних їм значеннях ефективностях системи $S_1$ для різних засобів протидії й захисту й має можливість у процесі функціонування визначати застосовуване системою $S_2$ засіб протидії. Ця можливість характеризується

$$t^{у} = \{t_1^{у}, t_2^{у}, \ldots, t_j^{у}, \ldots, t_n^{у}\}, \tag{1.4.5}$$

де $t_j^{у}$- час, що витрачається системою $S_1$ на розпізнавання застосовуваного системою $S_2$ засобу протидії $У_j$ (від моменту початку застосування засобу протидії $У_j$ до моменту встановлення факту його застосування).

Можливості системи $S_2$ по виявленню роботи технічних засобів розвідки $S_1$ характеризуються множиною

$$t^{х} = \{t_1^{х}, t_2^{х}, \ldots, t_i^{х}, \ldots, t_m^{х}\}, \tag{1.4.6}$$

де $t_i^{х}$- час, що витрачається системою $S_2$ на впізнавання застосовуваного системою $S_1$ ефективності системи $X_i$ .

Множини $t^{х}$ і $t^{у}$ характеризують час запізнювання інформації в системах $S_1$ і $S_2$.

Система управління $S_{1упр}$ забезпечує певну послідовність впливу засобів захисту $Х_i$ ($i = \overline{1,m}$) на систему $S_1$ протягом відрізків часу $Т_i^{х}$ при протидії з боку антисистеми $S_2$, яка за допомогою системи управління $S_{2упр}$ певним чином застосовує засоби протидії $У_j$ ($j = \overline{1,n}$) протягом відрізків часу $\text{Т}_j^{\text{у}}$. При цьому системами управління враховуються можливості впізнавання систем протидії й захисту за часи $t_j^{\text{у}}$ та $t_i^{\text{х}}$.

Оператор управління $G_{1\text{упр}}$ системи управління технічними засобами розвідки $S_{1\text{упр}}$ є функціоналом вигляду

$$G_{1\text{упр}} = G_{1\text{упр}}(\text{Х}, \text{У}, \text{Т}^{\text{х}}, \text{Т}^{\text{у}}, t^{\text{х}}, t^{\text{у}}), \quad (1.4.7)$$

що визначається правилом вибору засобу захисту, черговістю і часом його застосування. Аналогічно оператор управління $G_{2\text{упр}}$ системи управління засобом, що дає перешкоди $S_{2\text{упр}}$ є функціоналом вигляду

$$G_{2\text{упр}} = G_{2\text{упр}}(\text{Х}, \text{У}, \text{Т}^{\text{х}}, \text{Т}^{\text{у}}, t^{\text{х}}, t^{\text{у}}), \quad (1.4.8)$$

Величина Т є час, необхідний системі $S_1$ для виконання нею в процесі функціонування завдання. За час Т відбувається багаторазова зміна засобів протидії й захисту засобу управління, так що

$$\text{Т}_i^{\text{х}} < \text{Т} \text{ та } \text{Т}_j^{\text{у}} < \text{Т}.$$

Протидія перешкодам антисистеми $S_2$ є пасивною, і зниження ефективності функціонування системи ТЗР $S_1$, якою управляють, відбувається без завдання збитків системі або скорочення загальної тривалості Т її використання в операції. Тоді, в момент часу t значення ефективності E(t) визначається тільки застосовуваними в цей момент засобом протидії $\text{У}_i$ і засобом захисту $\text{Х}_i$ і не залежить від того, як змінювалося E(t) до моменту t.

Таким чином, $E(t) = E_{ij}(t)$ при $0 \le t \le T$.

Суть функціонування системи $S_1$, якою управляють в умовах протидії з боку противника $S_2$ які роблять перешкоди пояснюється на рис. 1.4.

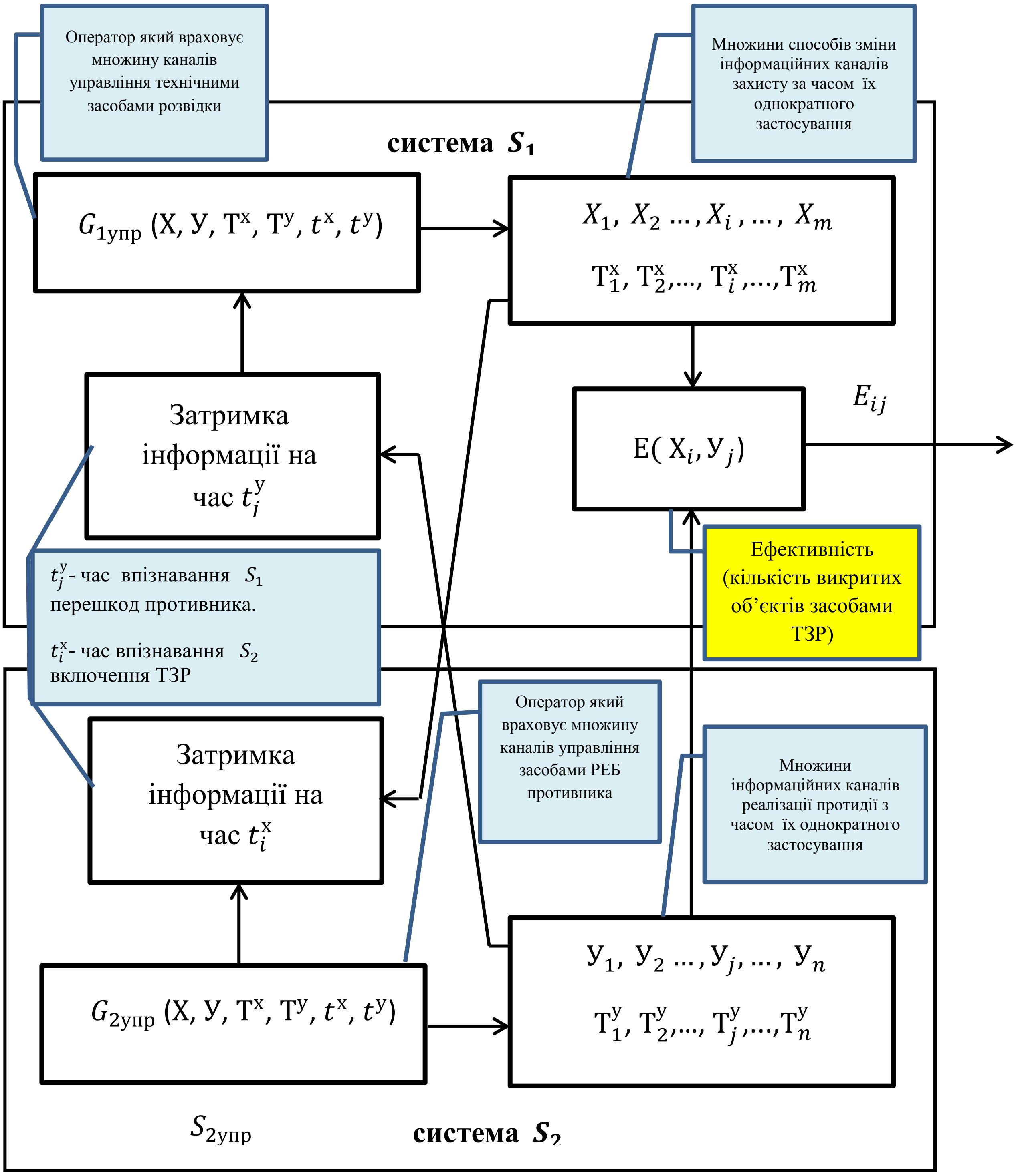



Рис. 1.4. Схема функціонування системи ТЗР $S_1$ в умовах протидії з боку противника - антисистеми $S_2$

Задача полягає у відшуканні максимального середнього значення показника ефективності управління технічними засобами розвідки що управляються по радіо

$$E_{cp} = \frac{1}{T}\int_0^T E(t)dt \qquad (1.4.9)$$

при наявності протидії з боку антисистеми що робить перешкоди $S_2$.
Можливість забезпечення стійкого управління є однією з найважливіших характеристик, що визначають експлуатаційні можливості радіоуправління технічними засобами [85-86].

Рішення проблеми можливо шукати в області заміни апаратних засобів, що потребує великих затрат, або застосовувати інформаційну технологію, яка підвищить ефективність роботи наших засобів (рис. 1.5).

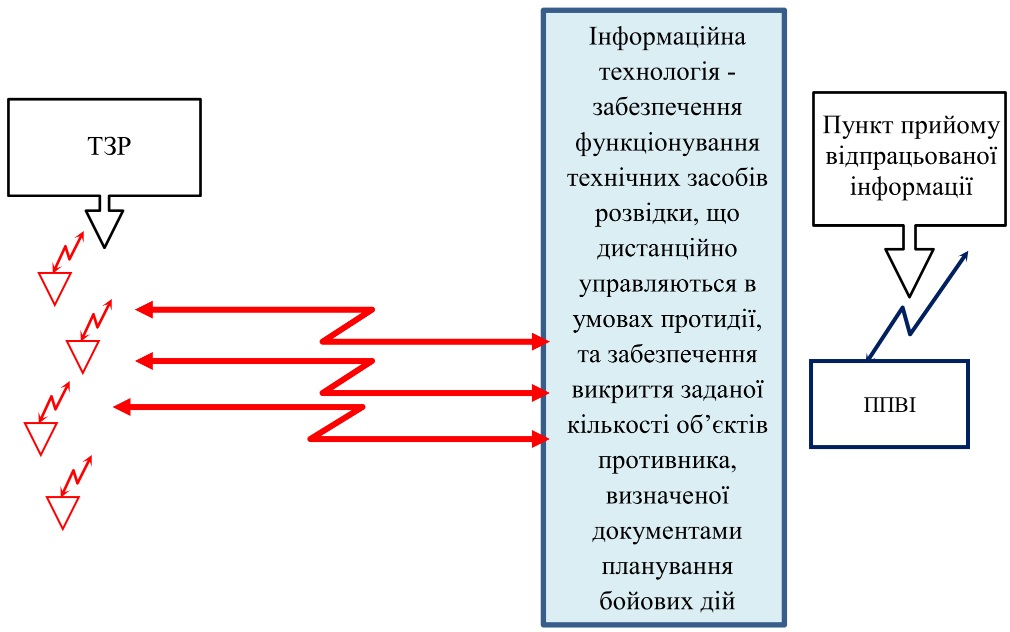



Рис. 1.5. Застосування інформаційної технології по забезпеченню функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються.

Використання сил і засобів розвідки в загальній моделі бойових дій передбачає викриття такої кількості об'єктів, застосування по яким ураження робить організований опір противника не можливим. Відповідно для комплекту сил і засобів розвідки задають кількість об'єктів, що необхідно викрити.

**Основне наукове завдання.** Підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, за рахунок розробки та впровадження інформаційної технології вибору альтернативних способів управління, особою яка приймає рішення (оператором), в умовах протидії.

## Висновки по 1-му розділу

1. Методи досліджень, що існують розглядають комплект сил і засобів розвідки, як підсистему забезпечення бойових дій. При цьому, використовується в загальній ймовірності модель ураження (знищення) противника усіма можливими засобами.

За сукупністю ознак елементів комплекту сил і засобів розвідки в роботі запропоновано розглянути Їх тотожними елементам показником якості функціонування.

Встановлено: критерій оцінки якості функціонування ТЗР за сутністю тотожне критерію якості виробництва. Також встановлено, що оператор ТЗР за змістом операцій що виконується, тотожний підсистемі введення керуючого впливу.

За результатами аналізу в розділі запропоновано розглядати комплект ТЗР як соціотехнічну систему. В цій системі показник якості функціонування ТЗР є об'єктом управління, а керуючим впливом є робота оператора.

2. В якості критерію оцінки ефективності роботи технологічної системи управління, в умовах протидії, запропоновано використати кількість об'єктів, які викриті за одиницю часу. Конкретний проміжок часу індивідуальний до кожного зразку, та залежить від тривалості використання зразку. Для чисельної оцінки обраного в роботі критерію може бути використана множина усіх досягнутих результатів функціонування системи технічних засобів розвідки. При цьому, одночасне застосування всіх засобів захисту (протидії) не є доцільним, оскільки зростає складність системи, знижується її надійність.

3. В умовах, коли невідома стратегія протидій противника, для якісної оцінки ефективності застосування технічних засобів розвідки, доцільно застосувати математичні методи теорії ігор.

4. Основна теорема теорії ігор встановлює умови існування оптимальних стратегій і ціни гри. Твердження про існування ціни гри й оптимальних стратегій, не дає методу рішення будь-якої конкретної гри. Формули для обчислення рішення матричних ігор відомі для дуже невеликого класу ігор, зокрема, для багатопараметричних ігор до кінця вирішена лише матрична гра з діагональною матрицею виграшів. Зважаючи на недоліки відомих детерміновано-розрахункових моделей з наперед заданим коефіцієнтом, або в системі диференційних рівнянь Ланчестера вирішення задачі пошуку стратегії управління технічними засобами розвідки доцільно розв’язку методами теорії ігор.

5. Умовами, що обумовлені станом економіки Країни ми в роботі прийняти шлях вирішення мети дослідження не з вдосконаленням приладів, а до побудовою системи управління ними на базі інформаційної технології підтримки прийняття рішень операторів а не цих приладів.

6. Завдання пошуку стратегії управління технічними засобами розвідки, в технологічній системі управління, зводиться до задачі розробки інформаційної технології з забезпечення функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії, шляхом введення оператором, керуючись впливу на параметри функціонування ТЗР, як елемента інформаційно-управляючої системи.

7. Задача  створення інформаційної технології може бути розв’язана тими методами теорії ігор, де за підсумками гри, відшукується максимальне середнє значення показника ефективності технічних засобів розвідки в умовах протидії, з урахуванням перехідних процесів (налаштування, перехід на іншу частоту, порядок заміни технічних засобів і т.ін).

# РОЗДІЛ 2
# УПРАВЛІННЯ ЗАСОБАМИ ЗАХИСТУ І ПРОТИДІЇ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РОЗВІДКИ, ЩО ДИСТАНЦІЙНО УПРАВЛЯЮТЬСЯ БЕЗ НАЯВНОСТІ МОЖЛИВОСТЕЙ ВПІЗНАВАННЯ ЗАСОБІВ ПРОТИДІЇ

## 2.1 Інформаційна модель функціонування складної системи ТЗР в умовах протидії

Процес дослідження систем ТЗР повинен містити в собі наступні основні етапи:

– формулювання мети дослідження;
– формалізований опис процесу функціонування складної системи;
– вибір моделі функціонування;
– математичний опис моделі.

Досвід бойових дій показує що подальше застосування технічних засобів ПД-430Б, 1К15, 1К18 без істотних змін не доцільно. При цьому в ці зміни потрібно включати питання управління, час застосування та підготовчі операції, необхідні для використання даних засобів. Поряд з урахуванням роботи засобів РЕБ противника потрібно брати на увазі і час отримання оператором даних про перешкоди, прийняття рішення по управлінню радіопристроєм або радіостанцією, переключення режиму або переведення пристрою ТЗР на іншу частоту, робота радіопристрою, сам сигнал на виконання дії. При фізичному моделюванні між процесом – оригіналом і процесом – моделлю повинні бути збережені деякі співвідношення подібності, що враховують закономірності фізичної природи явищ.

Задача визначення оператора $G_{\text{упр}}$ технічним засобом може бути вирішена за допомогою натурного експерименту, фізичного й математичного моделювання. Проведення натурного експерименту вимагає більших витрат часу й засобів, а для зразків несерійних та тих що розробляються взагалі неможливо. Сфера застосування фізичного моделювання обмежена, тому що не завжди вдається підібрати відповідний процес – модель.

Більш широкі можливості має математичне моделювання. До найбільш розвинених аналітичних методів дослідження функціонування складних систем відносяться методи лінійного й динамічного програмування, динаміки середніх, теорія масового обслуговування, теорія ігор і статистичних рішень та ін. У той же час застосування класичних методів прикладної математики зв'язане зі значними труднощами. Аналітичні методи дають найбільш повне розв'язання задачі, результати рішення дають основні закономірності процесу що досліджується й достатньо наочні. Аналітична модель у стані охопити лише основні істотні риси процесу без обліку другорядних факторів. Однак спрощення аналітичної моделі може привести до зростання помилок, що обмежує сферу застосування аналітичних методів. З іншого боку, обмеження виникають і у випадку великої складності аналітичної моделі й пов'язаної з нею системи відносин (системи рівнянь), коли введення в модель великої кількості несуттєвих факторів створює при рішенні непереборні труднощі. Клас рівнянь, доступних аналітичному дослідженню, може бути розширений за рахунок застосування ефективних чисельних методів рішення [48]. Разом з тим рішення чисельними методами в порівнянні з аналітичними звичайно буває менш повним.

Апаратурне моделювання й моделювання на ЕОМ неперервної дії є універсальним у межах якогось певного класу задач; для переходу до задач іншого класу необхідне створення відповідної моделюючої установки. Метод статистичного моделювання заснований на загальних теоремах теорії ймовірностей (закон великих чисел, теорема Чебишева, теорема Бернуллі) і не містить, по суті, ніяких обмежень, що дозволяє вирішувати на серійних ЕОМ винятково складні завдання з високим ступенем точності [46, 47, 62-65]. Статистичні моделі враховують значно більше число факторів, не вимагають грубих спрощень і допущень, дозволяють проводити дослідження в тих випадках, коли розв'язання іншими методами виявляється недоступним. У той же час статистичний метод вимагає великого обсягу обчислень. Розв'язок при методі статистичного моделювання, як при всякому чисельному методі, носить частинний характер, він відповідає фіксованим значенням параметрів і початкових умов. При цьому не завжди вдається встановити вплив тих або інших факторів на отриманий результат. Для переходу до більш загального результату необхідно багаторазове проведення експерименту, відповідно ускладнюється аналіз отриманих результатів. Розширення області практичного застосування статистичного моделювання йде по шляху уніфікації моделюючих алгоритмів.

При виборі моделі функціонування складної системи ТЗР $S_1$ слід враховувати, що істотною особливістю функціонування системи $S_1$ є наявність протидії з боку засобів РЕБ, які також працюють на цій же частоті – антисистеми $S_2$. У зв'язку з цим у якості моделі доцільно використовувати ігрову аналітичну модель. Іри спробі розв'язання завдань методами статистичного моделювання виникають додаткові труднощі, зв'язані, насамперед, з рішеннями в області мішаних стратегій для багатоходових ігор. Крім того, складні рішення вимагають дуже великого обсягу обчислювальних робіт, відповідно зростає кількість результатів. Результати рішень стають важко доступними для огляду, і не завжди є можливість визначити отримане рішення. Перехід до математичної моделі здійснюється шляхом формалізації процесу функціонування складної системи ТЗР $S_1$.

Розглянемо ігрову модель функціонування складної системи ТЗР що дистанційно управляється в умовах протидії.

Для визначення оператора управління ТЗР $G_{\text{упр}}$ математичними методами необхідно перейти до математичної моделі шляхом формалізації процесу функціонування системи ТЗР [88, 89]. Модель повинна відображати основні, найбільш характерні, особливості. У розглянутому випадку ці особливості обумовлені наявністю протидії функціонуванню системи $S_1$ з боку антисистеми $S_2$ і можуть бути враховані за допомогою ігрової моделі. В ігровій моделі конфліктуючі системи $S_1$ і $S_2$ подаються двома гравцями із протилежними інтересами. 1-й гравець приймає рішення на застосування технічних засобів розвідки та дистанційно ними управляє, 2-й гравець працює на засобах РЕБ та створює перешкоди. Множинам типів захистів $\{ Х_1, Х_2, \ldots, Х_i, \ldots, Х_m \}$ і перешкод $\{ У_1, У_2, \ldots, У_j, \ldots, У_n \}$ відповідають множини чистих стратегій $\{ Х_1, Х_2, \ldots, Х_i, \ldots, Х_m \}$ 1-го гравця й $\{ У_1, У_2, \ldots, У_j, \ldots, У_n \}$ 2-го гравця. Від ефективності $E_{ij}$ системи $S_1$ при використанні захисту $Х_i$ і перешкоди $У_j$ можна перейти до виграшу $a_{ij}$ при застосуванні 1-м гравцем чистої стратегії $Х_i$ і 2-м гравцем чистої стратегії $У_j$. Множина значень виграшів подається матрицею $А = \|a_{ij}\|_n^m$, де $m$ і $n$ - кількість чистих стратегій відповідно 1-го й 2-го гравців.

Для 1-го гравця виграшем є передача потрібної інформації для управління технічним засобом по радіоканалу, для 2-го гравця виграшем є створення перешкоди, при якій 1-й гравець не зможе управляти технічним засобом.

1-й гравець прагне до максимізації виграшу, а 2-й гравець до його мінімізації. Гра триває протягом часу $T$. Припущенням, для першої частини задачі розв'язку є – кожному гравцеві відомі множини стратегій противника й матриця гри.

Використанню захисту $Х_i$ протягом часу $T_i^x$ відповідає застосування 1-м гравцем чистої стратегії $Х_i$ протягом цього ж часу $T_i^x$. Зміна типу захисту системою $S_1$ відповідає зміні 1-м гравцем застосовуваної ним чистої стратегії, що і є змістом ходу 1-го гравця. Аналогічно здійснюється заміна перешкоди $У_j$ чистою стратегією $У_j$, застосовуваної 2-м гравцем протягом $T_j^y$. 1-й гравець одержує інформацію про перехід 2-го гравця до стратегії $У_j$ через час $t_j^y$ після ходу 2-го гравця, тобто затримка в отримані інформації до 1-го гравця становить час $t_j^y$. Для 2-го гравця ця затримка відповідно дорівнює $t_i^x$. Час $t_i^x$ і $t_j^y$ характеризують можливості гравців по визначенню ходів противника. Шуканому операторові управління $G_{\text{упр}}$, відповідає раціональна стратегія $P^*$ 1-го гравця, яка визначає використовувані в грі чисті стратегії й порядок їх застосування. 2-й гравець керується своєю раціональною стратегією $Q^*$.

Ставиться задача знаходження раціональної стратегії $P^*$ 1-го гравця, що забезпечує йому протягом часу $T$ максимальний середній виграш $M$ з розрахунку запізнювання інформації на час $t_i^x$ і $t_j^y$ за умови, що 2-й гравець користується своєю раціональною стратегією $Q^*$, тобто необхідно знайти рішення гри у вигляді раціональних стратегії $P^*$і $Q^*$ .

Таким чином, задача максимізації за час $T$ середнього значення ефективності $Е_{ср}$. системи $S_1$ за рахунок раціоналізації управління засобами захисту зводиться до відшукання раціональної стратегії 1-го гравця для одержання ним найбільшого середнього виграшу $M$.

Постає питання в подальшому дослідженні часових умов одержання гравцями інформації. Рішення гри суттєво залежить від отриманої гравцями інформації про поведінку противника. Час застосування стратегій $T_i^x$ та $T_j^y$, а також час запізнювання інформації $t_i^x$ та $t_j^y$ впливають на величину середнього виграшу $M$.

Можливі наступні варіанти наявності інформації в гравців.

Випадок 1. Жоден із гравців не має можливості визначати застосовувану противником в даний момент чисту стратегію. 1-й гравець дистанційно управляє засобом ТЗР, в 2-го гравця засіб РЕБ в даний момент на цих частотах не працює. Умова відсутності інформації в гравців записується у вигляді нерівностей

$$t_i^x > T_i^x \text{ та } t_j^y > T_j^y \qquad (2.1.1)$$

Випадок 2. Тільки один із гравців має можливість визначати застосовувану противником у цей момент чисту стратегію, інший гравець такої можливості не має. Наприклад 2-й гравець бачить роботу радіозасобу але на подавлення апаратуру ще не включив, 1-й гравець знає що працює засіб РЕБ і в будь-який час може з’явитися перешкода. Зазначена умова записується у вигляді

$$t_i^x > T_i^x \text{ та } t_j^у < T_j^у \quad (2.1.2)$$

або

$$t_i^x < T_i^x \text{ та } t_j^у > T_j^у \quad (2.1.3)$$

Випадок 3. Кожний гравець має можливість визначати застосовувану противником у цей момент чисту стратегію. При цьому 1-й гравець може застосовувати дистанційне управління на різних частотах або виконувати завдання на декількох технічних засобів розвідки працюючих на різних частотах. Це означає, що

$$t_i^x < T_i^x \text{ та } t_j^у < T_j^у \quad (2.1.4)$$

Випадок 4, Кожний гравець має можливість визначати лише частину застосовуваних противником чистих стратегій. У цьому випадку множини $X$ та У складаються з підмножин $X_1,\ X_2$ та $У_1,\ У_2$ .

Причому

$$X = X_1 \cup X_2 \text{ та } У = У_1 \cup У_2 \,,$$

де

$$X_1 = \{ X_{11},\ X_{12} \dots, X_{1i}, \dots,\ X_{1m1}\},$$

$$X_2 = \{ X_{21}, X_{22} \dots, X_{2i}, \dots, X_{2m2}\},$$
$$У_1 = \left\{ У_{11}, У_{12} \dots, У_{1j}, \dots, У_{1n1}\right\},$$
$$У_2 = \left\{ У_{21}, У_{22} \dots, У_{2j}, \dots, У_{2n2}\right\}.$$

Підмножини $X_1$ та $У_1$ містять у собі чисті стратегії, які не можуть бути визначені противником. Підмножини $X_2$ та $У_2$ складаються із чистих стратегій, які противником визначаються.

З кожною зі стратегій $X_{1i}$ $(i = \overline{1,m})$ та $У_{1j}$ $(j = \overline{1,n})$ зв'яжемо відповідний час $T_{1i}^{x1}, t_{1i}^{x1}$ та $T_{1j}^{у1}, t_{1j}^{у1}$, де $T_{1i}^{x1}$ та $T_{1j}^{у1}$ - час застосування стратегій $X_{1i}$ та $У_{1j}$, $t_{1i}^{x1}$ та $t_{1j}^{у1}$ - час затримки інформації про застосування стратегій $X_{1i}$ та $У_{1j}$.

Аналогічно введемо час

$T_{2i}^{x2}$ та $t_{2i}^{x2}$ для стратегії $X_{2i}$ при $(i = \overline{1,m_2})$,

$T_{2j}^{у2}$ та $t_{2j}^{у2}$ для стратегії $У_{2j}$ при $(j = \overline{1,n_2})$.

Відзначимо, що

$$m_1 + m_2 = m \text{ та } n_1 + n_2 = n$$

де $m$ - загальне число чистих стратегій 1-го гравця, $n$ - загальне число чистих стратегій 2-го гравця.

Після введення зазначених значень умові одержання кожним із гравців інформації лише про частину стратегій противника відповідають наступні нерівності

$$t_{1i}^{x1} > T_{1i}^{x1},\ t_{2i}^{x2} < T_{2i}^{x2}, t_{1j}^{у1} > T_{1j}^{у1} \text{ та } t_{2j}^{у2} < T_{2j}^{у2}. \qquad (2.1.5)$$

Цей випадок є найбільш загальним.

По черзі вважаючи рівними нулю величини $m_1, m_2,$ $n_1$ та $n_2$ можна перейти до кожного із попередніх випадків.

Враховуючи отримані умови наявності інформації в гравців, можна перейти до відшукання раціональних стратегій $P^*$ та $Q^*$ 1-го й 2-го гравців відповідно до розглянутих вище випадків.

## 2.2 Визначення раціональних стратегій гравців при відсутності інформації про застосовувані противником стратегії

При відсутності інформації про застосовувану противником у цей момент чисту стратегію, що відповідає умові (2.1.1) гравці можуть визначати свої раціональні стратегії на підставі аналізу матриці гри. Для кінцевих прямокутних ігор з нульовою сумою розв'язанням гри в загальному випадку є раціональні мішані стратегії $P^*$ та $Q^*$ і ціна гри $v$. Зауважимо, що при відшуканні раціональних мішаних стратегій класичними методами теорії ігор не враховується час застосування гравцями чистих стратегій.

Визначимо раціональні змішані стратегії $G^*$ та $H^*$ 1-го й 2-го гравців для багатоходової гри, що триває протягом часу $T$, з урахуванням часу однократного застосування чистих стратегій, коли критерієм є середній виграш $M$.

У результаті рішення матриці гри класичними методами теорії ігор раціональна мішана стратегія 1-го гравця визначається у вигляді

$$P^* = (p_1^*,\ p_2^*, \dots p_i^*, \dots, p_m^*) \tag{2.2.1}$$

та 2-го гравця у вигляді

$$Q^* = \left(q_1^*,\ q_2^*, \dots q_j^*, \dots, q_n^*\right) \tag{2.2.2}$$

Тоді для чистої стратегії $X_i$ загальний час гри $T$ дорівнює

$$T(X_i\ ) = p_i^*\, T \tag{2.2.3}$$

Аналогічно для стратегії $У_j$ загальний час її застосування дорівнює

$$T(У_j) = q_j^* T \tag{2.2.4}$$

1) Розглянемо випадок, коли час однократного застосування стратегій $X_i$ дорівнюють один одному й час однократного застосування стратегій $У_j$ також дорівнюють один одному. Зазначені умови запишемо у вигляді

$$T_1^x = T_2^x = T_i^x = \ldots = T_m^x = \Delta T^x \tag{2.2.5}$$

$$T_1^У = T_2^У = T_j^У = \ldots = T_n^У = \Delta T^У \tag{2.2.6}$$

і для цього випадку визначимо $G^*$ та $H^*$.

За час $T$ 1-й гравець зробить $N^x$ змін стратегій,

де
$$N^x = \frac{T}{\Delta T^x}. \tag{2.2.7}$$

Для 2-го гравця число змін стратегій $N^У$ дорівнює

$$N^У = \frac{T}{\Delta T^У}. \tag{2.2.8}$$

При цьому стратегія $X_i$ буде використана $N_i^x$ раз,

де
$$N_i^x = \frac{T(X_i)}{T_i^x} = p_i^* \frac{T}{T_i^x}, \tag{2.2.9}$$

і стратегія $У_j$ буде використана $T_j^У$ раз, де $$N_j^{у} = \frac{T(У_j)}{T_j^{у}} = q_j^* \frac{T}{T_j^{у}}. \qquad (2.2.10)$$

Враховуючи (2.2.7), (2.2.8), (2.2.9) і (2.2.10)одержимо

$$N_i^x = p_i^* N^x \text{ та } N_j^{у} = q_j^* N^{у} \qquad (2.2.11)$$

На підставі теореми про збіжність частоти до ймовірності, шукані ймовірності $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$ застосування стратегій $X_i$ та $У_j$ дорівнюють

$$\xi_i^* = \frac{N_i^x}{N^x} \text{ та } \eta_j^* = \frac{N_j^{у}}{N^{у}}.$$

Враховуючи (2.2.11), одержуємо

$$\xi_i^* = p_i^*, \ \eta_j^* = q_j^*$$

от же

$$G^* = P^* \text{ та } H^* = Q^* \qquad (2.2.12)$$

Таким чином, рішенням багатоходової гри, що триває протягом часу $T$, при однаковому часі однократного застосування стратегій $X_i$ і відповідно $У_j$ є раціональні змішані стратегії $P^*$ та $Q^*$.

2) Визначимо раціональні змішані стратегії $G^*$та $H^*$ для випадку, коли час однократного застосування стратегій $X_i$ і відповідно $У_j$ не рівні один одному, тобто умова (2.2.5 та 2.2.6) не виконується.

Грунтуючись на рішенні $P^*$ та $Q^*$, можна стверджувати, що час $T(X_i)$ та $T(У_j)$, а також ціна гри $v$ залишаються незмінними. У цьому випадку стратегія $X_i$ застосовується $N_i^{x^*}$ раз, де $$N_i^{x^*} = \frac{T(X_i)}{T_i^x} = p_i^* \frac{T}{T_i^x}, \quad (2.2.13)$$

і загальне число $N^{x^*}$змін стратегій 1-м гравцем дорівнює

$$N^{x^*} = \sum_{i=1}^{m} \cdot N_i^{x^*} = T \sum_{i=1}^{m} \cdot \frac{p_i^*}{T_i^x}. \quad (2.2.14)$$

Аналогічно стратегія $У_j$ застосовується $N_j^{у^*}$ раз, де

де $$N_j^{у^*} = \frac{T(У_j)}{T_j^{у}} = q_j^* \frac{T}{T_j^{у}}, \quad (2.2.15)$$

і загальне число $N^{у^*}$змін стратегій 2-м гравцем дорівнює

$$N^{у^*} = \sum_{j=1}^{n} N_j^{у^*} = T \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j^*}{T_j^{у}} \quad (2.2.16)$$

З отриманих формул ймовірності $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$ застосування стратегій $X_i$ та $У_j$ дорівнює

$$\xi_i^* = \frac{N_i^x}{N^{x^*}} = \frac{p_i^*}{T_i^x} \left( \sum_{i=1}^{m} \cdot \frac{p_i^*}{T_i^x} \right)^{-1} \text{ та } \eta_j^* = \frac{N_j^{у^*}}{N^{у^*}} = \frac{q_j^*}{T_j^{у}} \left( \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j^*}{T_j^{у}} \right)^{-1}. \quad (2.2.17)$$

У виразі (2.2.17)введемо позначення

$$\frac{1}{T_i^x} \left( \sum_{i=1}^{m} \cdot \frac{p_i^*}{T_i^x} \right)^{-1} = K_i^x \text{ та } \frac{1}{T_j^{у}} \left( \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j^*}{T_j^{у}} \right)^{-1} = K_j^{у}. \quad (2.2.18)$$

$K_i^x$ та $K_j^{у}$є ваговими коефіцієнтами, що враховують час застосування $T_i^x$та $T_j^{у}$ стратегією $X_i$ та $У_j$.

З аналізу виразу (2.2.18) випливає, що $K_i^x$ та $K_j^{у}$ залежать від утворюючих рішення $P^*$ та $Q^*$ значень ймовірностей $p_i^*$ та $q_j^*$ та від часу $T_i^x$та $T_j^{у}$ що увійшли в рішення чистих стратегій $X_i$ та $У_j$. Значення $K_i^x$ та $K_j^{у}$ можуть змінюватися в межах

$$0 \leq K_i^x \leq \frac{1}{p_i^*} \text{ та } 0 \leq K_j^{у} \leq \frac{1}{q_j^*}$$

З урахуванням цих коефіцієнтів вирази для $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$ мають вигляд

$$\xi_i^* = K_i^x\, p_i^* \text{ та } \eta_j^* = K_j^{у}\, q_j^*\,. \qquad (2.2.19)$$

Раціональні мішані стратегії $G^*$ та $H^*$, що шукають, можуть бути записані в такий спосіб

$$G^* = (\xi_1^*, \xi_2^*, \dots \xi_i^*, \dots, \xi_m^*) = (K_1^x p_1^*, K_2^x p_2^*, \dots K_i^x p_i^*, \dots, K_m^x p_m^*)\,, \quad (2.2.20)$$

$$H^* = (\eta_1^*, \eta_2^*, \dots \eta_i^*, \dots, \eta_n^*) = \left(K_1^{у} q_1^* K_2^{у} q_2^*, \dots K_j^{у} q_j^*\,, \dots, K_n^{у} q_n^*\right)\,. \quad (2.2.21)$$

У багатоходовій грі, що триває протягом часу $T$ ймовірності $p_i^*$, $q_j^*$ та $\xi_i^*$, $\eta_j^*$ мають наступний зміст. Якщо в момент $t$ при $0 < t < T$ гравці роблять зміну чистих стратегій, то з розрахунків проведених при виводі формули (2.2.17) міркувань ймовірності включення в момент $t$ чистих стратегій $X_i$ та $У_j$ дорівнюють відповідно $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$. Якщо у момент $t$ зміна чистих стратегій не проводиться, то ймовірності того, що в момент $t$ застосовуються стратегії $X_i$ та $У_j$, дорівнюють відповідно $p_i^*$ та $q_j^*$. Ймовірності $p_i^*$ та $q_j^*$ не враховують час однократного застосування стратегій $X_i$ та $У_j$, а характеризують загальний час їх застосування за час гри $T$. Ймовірності $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$

характеризують кількість включень стратегій $X_i$ та $У_j$ щодо загального числа включень усіх стратегій кожного гравця протягом гри, враховуючи час їх однократного включення. Надалі, під ймовірностями $p_i^*$ та $q_j^*$ будемо розуміти ймовірності застосування стратегій $X_i$ та $У_j$ без обліку часу їх однократного застосування та під ймовірностями $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$ - ймовірності застосування цих же стратегій з урахуванням часу їх однократного застосування. Введення ймовірностей $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$ поряд із уже існуючими ймовірностями $p_i^*$ та $q_j^*$ викликано тим, що при визначенні раціональної стратегії кожний гравець повинен знати не тільки загальний час застосування кожної стратегії, але й кількість змін стратегій.

Приклад. Випередження в секундах при застосуванні стратегій наведено в матрицею. Дана матриця гри 2х2:

| ${x_i}^{y_j}$ | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 3 | 1 |
| $x_2$ | 0 | 2 |

Час однократного застосування чистих стратегій дорівнює

$T_1^x$ = 9 сек; $T_2^x$ = 1 сек; $T_1^у$ = 1 сек; $T_2^у$ = 2 сек.

У результаті рішення гри 2 х 2 і використання формули (2.2.17) отримуємо.

$p_1^*$ = 0,5; $p_2^*$ = 0,5; $q_1^*$ = 0,25; $q_2^*$ = 0,75;

$\xi_1^*$ = 0,1; $\xi_2^*$= 0,9; $\eta_1^*$ = 0,4; $\eta_2^*$ = 0,6.

Вертаючись до зв'язку між ймовірностями $p_i^*$, $q_j^*$ та $\xi_i^*$, $\eta_j^*$, відзначимо, що перехід від одних ймовірностей до інших здійснюється за допомогою коефіцієнтів $K_i^x$ та $K_j^у$ у відповідності з формулою (2.2.19). Аналіз виразу (2.2.20) показує, що в раціональних стратегіях як $G^*$ та $H^*$ входять ті ж активні стратегії, що й у $P^*$ та $Q^*$ змінюються лише ймовірності їх застосування.

При переході від $P^*$ до $G^*$ ймовірність застосування стратегії $X_i$ змінюється в $K_i^x$ раз. Позначимо

$$\left(\sum_{i=1}^{m} \cdot \frac{p_i^*}{T_i^x}\right)^{-1} = \Delta T_{\text{екв.}}^x. \tag{2.2.22}$$

Тоді вираз для $K_i^x$приймає вигляд

$$K_i^x = \frac{\Delta T_{\text{екв.}}^x}{T_i^x}. \tag{2.2.23}$$

$$\xi_i^* = \frac{\Delta T_{\text{екв.}}^x}{T_i^x} p_i^* . \tag{2.2.24}$$

Якщо деяка стратегія $X_i$ має час однократного застосування

$$T_i^x = \Delta T_{\text{екв.}}^x .$$

То для неї з урахуванням (2.2.23) $K_i^x = 1$ та ймовірність $p_i^*$ застосування такої стратегії не змінюється. Якщо для стратегії $X_i$ час її застосування

$$T_i^x > \Delta T_{\text{екв.}}^x ,$$

то

$$K_i^x < 1 \text{ та } \xi_i^* < p_i^* .$$

Якщо

$$T_i^x < \Delta T_{\text{екв.}}^x\ ,$$

то

$$K_i^x > 1 \text{ та } \xi_i^* > p_i^*\ .$$

Таким чином, ймовірності $\xi_i^*$ збільшуються в порівнянні з $p_i^*$ для тих стратегій, у яких час однократного застосування більше $\Delta T_{\text{екв.}}^x$, та зменшуються для стратегій із часом однократного застосування менше $\Delta T_{\text{екв.}}^x$. Аналогічно, при переході від $Q^*$ до $H^*$ імовірність $\eta_j$ застосування стратегії $y_j$ в порівнянні з $q_j^*$ збільшується, якщо

$$T_j^{\text{у}} < \Delta T_{\text{екв.}}^{\text{у}}\ ,$$

і зменшується, якщо

$$T_j^{\text{у}} > \Delta T_{\text{екв.}}^{\text{у}}\ .$$

При цьому

$$\Delta T_{\text{екв.}}^{\text{у}} = \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{q_j^*}{T_j^{\text{у}}}\right)^{-1}. \qquad (2.2.25)$$

Переходячи до функціонування системи $S_1$ в умовах протидії з боку системи $S_2$, застосування захисту та перешкод повинно здійснюватися відповідно до знайдених раціональних мішаних стратегій $G^*$та $H^*$.

Значення ймовірностей $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$ в порівнянні з ймовірностями $p_i^*$ та $q_j^*$ враховують час застосування захисту $X_i$ та перешкоди $У_j$, причому зміна $\xi_i^*$ та $\eta_j^*$ відносно $p_i^*$ та $q_j^*$ визначається співвідношенням часу $T_i^x$, $T_j^{\text{у}}$ та $\Delta T_{\text{екв.}}^x$, $\Delta T_{\text{екв.}}^{\text{у}}$. Зміна часу $T_i^x$ та $T_j^{\text{у}}$ викликає зміну раціональних стратегій $G^*$та $H^*$. Так, наприклад, виходячи з (2.2.17) при збільшенні $T_i^x$ ймовірність застосування стратегії $У_j$ зменшується й ймовірності застосування інших стратегій збільшуються, викликаючи зміну раціональної мішаної стратегії $G^*$.

Аналогічна зміна $T_j^{У}$ викликає зміну $H^*$. Це означає, що зміна часу однократного застосування одного із захистів або однієї з перешкод вимагає зміни ймовірності застосування всіх видів захисту або перешкод. Тільки в цьому випадку ефективність функціонування системи $S_1$ виявиться в середньому не нижче значення $M$.

Проілюструємо вплив часу $T_i^x$ на величину $\xi_i^*$ для випадку гри 2x2. Використовуючи (2.2.17), запишемо вираз для $\xi_i^*$ у вигляді

$$\xi_i^* = \left(1 + \frac{T_1}{T_2}\,\frac{P_1}{P_2}\right)^{-1}. \qquad (2.2.26)$$

де $T_1$ та $T_2$ - час однократного застосування 1-м гравцем стратегій $X_1$ та $X_2$; $P_1$ та $P_2$ - ймовірності застосування стратегій $X_1$ та $X_2$ без урахуванням часу $T_1$ та $T_2$; $\xi_i^*$ - ймовірність застосування стратегії $X_1$ з урахуванням часу $T_1$ та $T_2$ .

З (2.2.26) випливає, що $\xi_i^*$ залежить від відношення $\frac{T_1}{T_2}$.

Враховуючи, що

$$P_2 = 1 - P_1\,,$$

Отримаємо

$$\xi_i^* = \left(1 + \frac{T_1}{T_2}\,\frac{1-P_1}{P_1}\right)^{-1}.$$

На рис. 2.1 наведені залежності $\xi_i^*$від відношення $\frac{T_1}{T_2}$

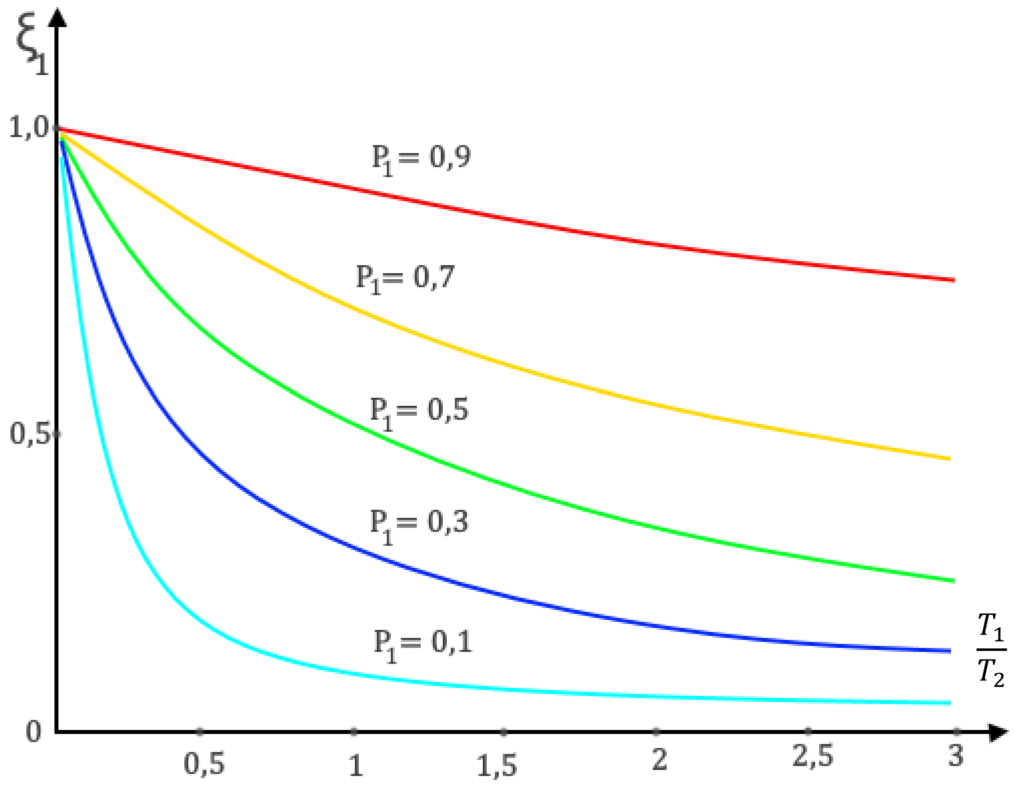



Рис 2.1 Залежність ймовірності застосування стратегій $\xi_i^*$ від відношення часу однократного застосування стратегій $\frac{T_1}{T_2}$

при фіксованих значеннях $P_1$ (рис. 2.1 – шкала $\frac{T_1}{T_2}$ лінійна). Сім'я кривих, що вказує на залежність $\xi_1$ від $\frac{T_1}{T_2}$ утворюється з графіка

$$\xi_1 = \xi\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \text{ при } P_1 = 0{,}5,$$

коли вираження для $\xi_1$ має найбільш простий вид

$$\xi_1 = \left(1 + \frac{T_1}{T_2}\right)^{-1}.$$

Для побудови графіка $\xi_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$ при $P_1 \neq 0{,}5$ достатньо змінити масштаб величини $\frac{T_1}{T_2}$ в $\frac{P_1}{P_2}$ раз.

З графіків випливає, що збільшення часу однократного застосування стратегії $X_1$ викликає монотонне зменшення ймовірності її використання. Одночасно ймовірність застосування стратегії $X_1$ монотонно зростає, тому що

$$\xi_2 = 1 - \xi_1.$$

На практиці для обчислення $\xi_1$ та $\xi_2$ достатньо мати один графік (або таблицю) $\xi_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$ при $P_1 = 0{,}5$.

При заданих значеннях $T_1$, $T_2$, $P_1$ та $P_2$ слід обчислити відношення $\frac{T_1}{T_2}$ та $\frac{P_2}{P_1}$, потім збільшити $\frac{T_1}{T_2}$ в $\frac{P_2}{P_1}$ раз і для величини $\left(\frac{T_1}{T_2}; \frac{P_2}{P_1}\right)$ за графіком визначити значення $\xi_1$. Аналогічно змінюється $\xi_i(T_i)$ у грі $m\ x\ n$.

### 2.3 Реалізація раціональних мішаних стратегій складною системою технічних засобів розвідки, що дистанційно управляється

Реалізації раціональних мішаних стратегій $G^*$ і $H^*$ можуть бути отримані на ЕОМ методом статистичних випробувань [80, 81, 90]. Для того, щоб з сукупності стратегій

$$\{X_1, X_2, \dots X_i \dots X_m\}$$

вибрати стратегію $X_i$ достатньо вказати номер стратегії $i(i = \overline{1, m})$. Тоді задача формування реалізації раціональної мішаної стратегії $G^*$ може бути зведена до задачі формування реалізації дискретної цілої випадкової величини $\varphi$, що має скінчене число можливих значень

$$1,2, \dots i \dots m$$

з ймовірностями

$$\xi_1^*, \xi_2^*, \dots \xi_i^*, \dots \xi_m^*.$$

Вихідними даними для моделювання є числа

$$\{l_1, l_2, \dots l_i \dots l_m\},$$

які обчислюються за формулою

$$l_i = \sum_{r=1}^{i} \xi_r^*,$$

де $i = \overline{1, m}$, і $l_m = 1$ при $i = m$.

Крім того, застосовуються випадкові числа $x_\varphi$, які є можливими значеннями рівномірно розподіленої в інтервалі (0,1) випадкової величини $\varphi$. Процес управління технічними засобами (подія), що полягає в прийнятті випадковою величиною $\varphi$ значення $i$ визначимо як подію, що полягає у влученні обраного значення $x_\varphi$ до інтервалу $l_{i-1} < x_\varphi \leq l_i$. Ймовірність влучення числа $x_\varphi$ (випадкова величина) у зазначений інтервал є $\xi_i^*$, тому що

$$l_i - l_{i-1} = \xi_i^*.$$

Послідовне порівняння випадкового числа $x_\varphi$ з числами $l_i$ є змістом процесу моделювання випробувань, названого визначенням результату випробувань по жеребу відповідності з ймовірностями

$$\xi_1^*, \xi_2^*, \dots \xi_i^*, \dots \xi_m^*.$$

Переходячи від реалізації випадкової величини $\varphi$ до реалізації раціональної мішаної стратегії $G^*$ по управлінню технічними засобами слід врахувати, що загальний час застосування стратегії $X_i$ в реалізації не повинен перевищувати $T$, тобто

$$\sum T_i^x < T.$$

Для побудови моделі процесу формування реалізації $G^*$ побудуємо алгоритм та введемо наступні оператори:

$\Phi_1$ – датчик випадкових чисел $x_\varphi$;

$F_2$ – введення $i = 1$;

$P_3$ – перевірка умови $x_\varphi \le l_i$;

$F_4$ – збільшення $i$ на 1;

$F_5$ – фіксація $i$;

$F_6$ – видача $T_i^x$;

$A_7$ – підсумовування $T_i^x$;

$P_8$ – перевірка умови $\Sigma T_i^x < T$;

$F_9$ – видача чергового $x_\varphi$;

$Я_{10}$ – видача результатів однієї реалізації $G^*$.

Операторна схема й блок-схема алгоритму (рис. 2.3), що моделює процес формування реалізації раціональної змішаної стратегії $G^*$, мають аналогічний вигляд за умови заміни в блок-схемі алгоритму індексу $i$ на $j$.

Реалізація $G^*$ є послідовністю з $N$ цілих чисел, які є номерами $i$ чистих стратегій 1-го гравця, що й ухвалює значення від 1 до $m$. З кожним числом $i$ пов'язана стратегія $x_i$. і час її застосування $T_i^x$. Тому число $N$ залежить від стратегій, що увійшли до реалізації, часу їх застосування й часу $T$. В ігровій моделі конфліктуючі системи $S_1$ і $S_2$ подаються двома гравцями із протилежними інтересами. 1-й гравець за допомогою радіозасобу управляє технічними засобами, 2-й гравець створює перешкоди на частотах де працює засіб ТЗР.

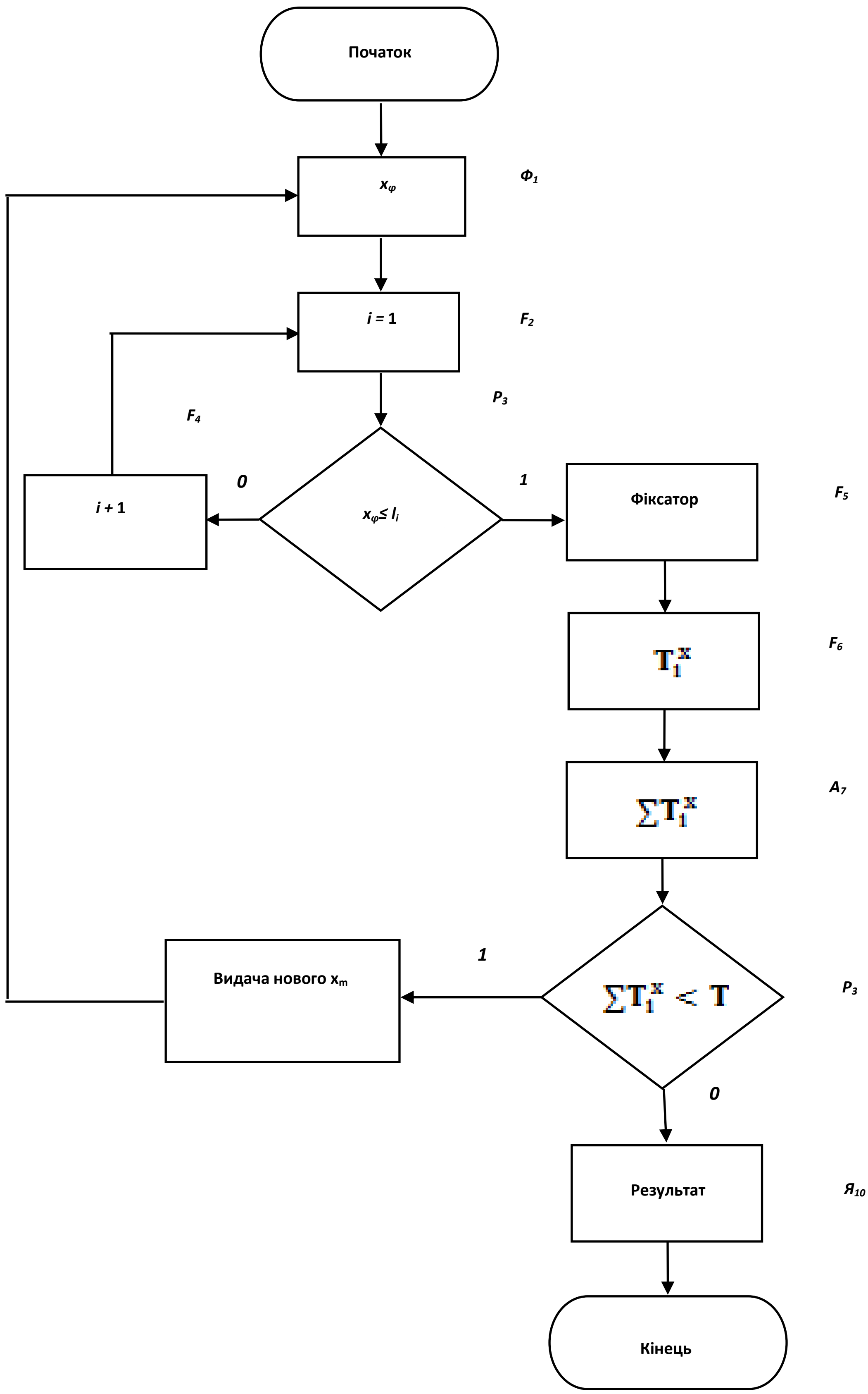


Рис. 2.3 – Блок-схема алгоритму моделювання раціональної мішаної стратегії при управлінні ТЗР

Процес формування реалізації $G^*$, може здійснюватися як безпосередньо під час гри в реальному масштабі часу, так і до початку гри. У першому випадку для формування реалізації передбачається використання в грі ЕОМ. У другому випадку сформовану до початку гри за допомогою ЕОМ реалізацію $G^*$ можна розглядати як задану на гру програму вибору стратегій у реальному масштабі часу. У цьому випадку немає необхідності використовувати ЕОМ безпосередньо в грі. Аналогічні міркування можна провести для реалізації раціональної мішаної стратегії $H^*$.

Реалізація $G^*$ може бути записана у вигляді функції $i(t)$, де під $i(t)$ розуміється застосовувана в момент $t$ стратегія 1-го гравця з номером $i$. Для того, щоб описати відповідно до даної реалізації поведінку 1-го гравця, введемо наступні позначення:

$l$ – номер ходу 1-го гравця в грі,

$i_l$ – номер застосовуваної 1-м гравцем чистої стратегії при $l$ - тому ході,

$t_l$ – час від початку гри до моменту виконання $l$ - того ходу, причому для 1-го ходу приймемо $t_1 = 0$

Використовуючи одиничні функції типу $1(x)$, для яких

$$1(x) = \begin{cases} 1 \text{ при } x \geq 0, \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

можна записати функцію $i(t)$ у наступному вигляді

$$i(t) = \sum_{l=1}^{N+1} i_l \cdot [1(t - t_l) - 1(t_{l+1} - t)], \qquad (2.3.1)$$

де $t_{l+1} = t_l + T_{i_l}^x$.

Таким чином, при заданій реалізації $G^*$ функція $i(t)$ для 1-го гравця є правилом виконання ходів протягом гри, записаним в аналітичному виді. Зауважимо, що $i(t)$ не залежить від поведінки 2-го гравця й виконуваних їм ходів. За аналогією реалізація $H^*$ подається у вигляді функції $j(t)$, яка визначає правило виконання ходів 2-м гравцем.

При переході до функціонування складної системи $S_1$ шуканий оператор управління записується у вигляді

$$G_{\text{упр}} = i(t). \qquad (2.3.2)$$

Функціонування системи $S_1$ здійснюється в такий спосіб. У момент початку функціонування $t_1$ включається захист $x_{i_1}$. Через час $T_{i_1}^x$ у момент $t_2$ керуючий вплив включає захист $x_{i_2}$ на час $T_{i_2}^x$ і т.д.

Управління захистами здійснюється в умовах протидії функціонуванню системи радіоуправління технічними засобами $S_1$ незалежно від поведінки антисистеми $S_2$. Управління захистами за законом $i(t)$ забезпечує функціонування системи $S_1$ з ефективністю в середньому не нижче *M*. Антисистема $S_2$ повинна управляти завадами за законом $j(t)$, щоб ефективність системи $S_1$ у середньому не перевищувала *M*.

Таким чином, управління засобами захисту при відсутності інформації про застосовувані у цей момент перешкоди припускає наявність наступних етапів:

– обчислення ймовірності застосування захисту без урахування часу його однократного використання;

– обчислення ймовірності застосування захисту з урахуванням часу його однократного використання;

– формування реалізації $i(t)$;

– конкретне управління захистами, відповідно до керуючого впливу $i(t)$.

Перші три етапи є підготовчими й можуть бути реалізовані до початку функціонування системи $S_1$. Четвертий етап реалізується в процесі функціонування системи $S_1$. При управлінні системою відповідно до програми $i(t)$, ефективність системи в середньому не нижче $M$.

Раціональна мішана стратегія $G^*$, яка реалізується, отримана з $P^*$ з урахуванням термінів однократного застосування захистів.

Відхилення системи $S_1$ від $G^*$ може тільки знизити ефективність її функціонування. Зміна термінів застосування хоча б одного із захистів вимагає зміни ймовірностей застосування всіх вхідних захистів в $G^*$. При цьому ефективність функціонування системи $S_1$ зберігається на рівні не нижче $M$, а якщо ні, то ефективність системи $S_1$ може тільки понизитися. При переході від $P^*$ до $G^*$ склад активного захисту зберігається, змінюються тільки ймовірності їх застосування. Стратегія $G^*$ не залежить від поведінки антисистеми $S_2$. Зміна ймовірностей застосування перешкод і часу їх застосування в порівнянні з $H^*$ може тільки підвищити ефективність системи $S_1$.

Наявність в системі $S_1$ інформації про терміни однократного застосування перешкод не приводить до підвищення ефективності системи $S_1$ у порівнянні з випадком відсутності інформації про ці терміни, а дозволяє лише висунути вимоги до часу розпізнавання цих перешкод. Умова наявності інформації про час однократного застосування перешкод не є істотною і не впливає на систему управління захистами, у цьому випадку ця інформація є надлишковою.

## 2.4 Визначення раціональної стратегії в грі, коли завади для оператора з’являються випадково

У наведеному випадку приймемо поведінку 2-го гравця "нерозумною", він не аналізує поведінку 1-го гравця по застосуванню своїх стратегій по подавленню радіопристроїв. У розглянутій грі задані множини чистих стратегій 1-го гравця й 2-го гравця

$$x = \{x_1, x_2, \dots x_i, \dots x_m\} \text{ і } y = \{y_1, y_2, \dots y_j, \dots y_n\}.$$

Множини часу однократного застосування зазначених стратегій

$$T^x = \{T_1^x, T_2^x, \dots T_i^x, \dots, T_m^x\} \text{ і } T^y = \{T_1^y, T_2^y, \dots T_j^y, \dots, T_n^y\}.$$

2-й гравець не аналізує поведінку 1-го гравця. Ця умова означає, що $t_i^x \to \infty$ для кожного $i = \overline{1, m}$. 1-й гравець не встигає визначити застосовувану противником стратегію й $t_j^y > T_j^y$ для кожного $j = \overline{1, n}$.

За результатами аналізу статистичних випробувань поведінки 2-го гравця 1-му гравцеві відома стратегія противника *H*, записана у вигляді множини

$$H = \{\eta_1, \eta_2, \dots \eta_j, \dots, \eta_n\}, \tag{2.4.1}$$

де $\eta_j$ – ймовірність застосування стратегії $y_j$ – з урахуванням часу її однократного застосування.

Слід знайти раціональну стратегію 1-го гравця, що забезпечує йому одержання максимального середнього виграшу *M* за час гри *T*.

За даних умов вибір раціональної стратегії необхідно робити, використовуючи методи теорії статистичних рішень. У відповідності із зазначеною теорією для кожної стратегії $x_i$ 1-го гравця обчислюється середній виграш $\overline{a_i}$ за формулою

$$\overline{a_i} = \sum_{j=1}^{n} q_j \cdot a_{ij},$$

де $q_j$ – ймовірність застосування 2-м гравцем стратегії $y_j$ без урахування часу $T_j^y$.

Раціональною стратегією $x^* = x_i$ виявиться та, при якій величина $\overline{a_i}$ обертається в максимум. При цьому максимальний середній виграш $M_{max}$ дорівнює

$$M_{max} = max_i \overline{a_i} = max \sum_{j=1}^{m} \cdot q_j \cdot a_{ij} \quad (2.4.2)$$

В розглянутій задачі задані ймовірності $\eta_j$ $(j = 1, n)$, а вхідні ймовірності $q_j$ у виразі (2.4.2)невідомі.

Тому ця задача є оберненою до задачі визначення невідомої ймовірності $\eta_j$ за відомою $q_j$.

Значення $q_j$ знайдемо по відомим $\eta_j$ і $T_j^y$. Із загального числа змін стратегій $N^y$ стратегія $y_j$ використовується $(\eta_j \cdot N^y)$ раз протягом часу $(\eta_j \cdot N^y \cdot T_j^y)$. Тоді

$$q_j = \frac{\eta_j \cdot N^y \cdot T_j^y}{T} = \frac{\eta_j \cdot N^y \cdot T_j^y}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot N^y \cdot T_j^y} = \eta_j \frac{T_j^y}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^y}. \quad (2.4.3)$$

Перетворимо вираз до вигляду

$$q_j = \frac{\eta_j}{k_j^y}. \quad (2.4.4)$$

Порівнюючи (2.4.3)і (2.4.4)одержимо вираз для $K_j^y$

$$K_j^y = \frac{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^y}{T_j^y}, \quad (2.4.5)$$

при цьому

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^{y} = \Delta T_{\text{экв}}^{y}. \qquad (2.4.6)$$

Зауважимо, що при відомій множині

$$H = \{\eta_{\mathbf{1}}, \eta_{\mathbf{2}}, \dots \eta_{\boldsymbol{j}}, \dots, \eta_{\boldsymbol{n}}\}$$

для обчислення $\Delta T_{\text{экв}}^{y}$ використовується вираз (2.4.2) і при відомих

$$Q = \{q_1, q_2, \dots q_j, \dots, q_n\}$$

вираз (2.2.25).

Формула (2.4.2) дозволяє обчислити ймовірності $q_j$, не враховуючи час однократного застосування стратегій, по ймовірностях $\eta_{\boldsymbol{j}}$, які цей час враховують.

Підставляючи у формулу (2.4.2)вираз для $q_j$, отримуємо

$$M_{max} = max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot \left(\frac{\eta_j \cdot T_j^{y}}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^{y}}\right) = max_i \frac{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^{y} \cdot a_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^{y}}. \qquad (2.4.7)$$

З аналізу виразу (2.4.7) випливає, що знаходження визначення $x^*$ можна спростити, оскільки ($\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^{y}$) не залежить від $i$, де при пошуку $x^*$ слід визначити таке $i$, при якому забезпечується

$$max_i \sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^{y} a_{ij} \qquad (2.4.8)$$

Таким чином, раціональною стратегією 1-го гравця є чиста стратегія $x^* = x_i$ що забезпечує йому середній виграш $M_{max}$, причому, при визначенні $x^*$використовується вираз (2.4.8), а при визначенні одержуваного при цьому виграшу використовується вираз (2.4.7).

Якщо системі ТЗР $S_1$ протидіє противник з відомими стратегіями, часом їх однократного застосування і ймовірностями застосування цих стратегій, то система $S_1$ повинна використовувати захист $x^*$, при цьому ефективність функціонування такої системи в середньому $M_{max}$. Якщо ймовірності застосування перешкод противником не відомі, то слід використовувати раціональну мішану стратегію $G^*$, при цьому ефективність функціонування системи $S_1$ у середньому буде не нижче $M$.

В процесі визначення раціональної стратегії 1-го гравця отримані формули переходу від ймовірностей $\eta_j$ до ймовірностей $q_j$. Узагальнюючи результати, розглянемо формули переходу від ймовірностей $P_i$, $q_j$ до ймовірностей $\xi_i, \eta_j$ і навпаки,

$$\xi_i = \frac{P_i}{T_i^x} \cdot \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{P_i}{T_i^x}\right)^{-1}; \quad \eta_j = \frac{q_j}{T_j^y} \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{q_j}{T_j^y}\right)^{-1}; \tag{2.4.9}$$

$$P_i = \frac{\xi_i \cdot T_i^x}{\sum_{i=1}^{m} \xi_i \cdot T_i^x}; \quad q_j = \frac{\eta_j \cdot T_j^y}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^y}. \tag{2.4.10}$$

## 2.5 Аналіз гри з двостороннім підслідковуванням

Для запропонованої в **2.1.** ігрової моделі розглянемо випадок, коли обидва гравця мають можливість впізнавати застосовувані в цей момент противником стратегії, тобто виконується умова

$$t_i^x < T_i^x \text{ та } t_j^y < T_j^y.$$

Гра протікає наступним чином. Нехай на початку гри застосовуються деякі стратегії $X_i$ та $У_j$. 1-й гравець протягом часу $t_j^y$ робить впізнавання стратегії $У_j$ й переходить до такої ж стратегії $X_{i(j\,)}$, при якій для даної стратегії $У_j$ виграш стає максимальним і рівним $max_i\; a_{ij}$. Після зміни стратегії 1-м гравцем 2-й гравець протягом часу $t_i^x$ робить впізнавання застосовуваної 1-м гравцем стратегії й переходить до такої ж стратегії $У_{j(i)}$, при якій для даної стратегії $X_i$ виграш стає мінімальним і рівним $min_j\; a_{ij}$. Після зміни стратегії 2-м гравцем починає аналіз стратегії $У_{j(i)}$ 1-й гравець і т.ін.

Поведінка, при якій гравець спочатку робить впізнавання застосовуваної противником чистої стратегії, а потім використовує найвигіднішу для себе чисту стратегію, будемо називати підслідковуванням. Якщо підслідковування здійснюють обидва гравця, то будемо говорити, що має місце гра з двостороннім підслідковуванням. Зауважимо, що з урахуванням введеної термінології розглянута в **2.2**. гра при відсутності інформації про застосовувану в цей момент противником стратегії є грою без підслідковування.

Після завдання в грі поведінки гравців ставиться наступна задача: в умовах двостороннього підслідковування необхідно визначити середній за час гри $T$ виграш 1-го гравця.

Для розрахунків середнього значення виграшу $M$ слід ввести поняття стійких циклів підслідковування. Для матриці гри без сідлової точки взаємне підслідковування гравців завжди приводить до періодичного повторення того самого набору чистих стратегій гравців.

Як приклад на рис. 2.4 наведено кілька матриць, що пояснюють відтворення стійких циклів.

| $x_i{}^{y_j}$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 5 | 1 | 2 |
| $x_2$ | 2 | 4 | 0 |
| $x_3$ | 1 | 2 | 4 |

а)

| $x_i{}^{y_j}$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 5 | 1 | 2 |
| $x_2$ | 2 | 4 | 3 |
| $x_3$ | 1 | 2 | 7 |

б)

| $x_i{}^{y_j}$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 6 | 0 | 1 | 3 |
| $x_2$ | 1 | 5 | 2 | 4 |
| $x_3$ | 3 | 4 | 5 | 0 |
| $x_4$ | 2 | 1 | 0 | 7 |

в)

Рис. 2.4 Відтворення стійких циклів

На рис. 2.4 стрілками умовно показана черговість зміни миттєвих значень виграшу в умовах двостороннього підслідковування. З якого б елемента матриці не починалася гра, через 1-2 ходи в результаті підслідковування буде мати місце періодичне повторення чистих стратегій гравців і відповідних їм виграшів. Послідовність таких виграшів будемо називати стійким циклом, а чисті стратегії гравців, що реалізують зазначені виграші - стратегіями стійкого циклу.

Залежно від значень елементів матриці в стійкі цикли може входити різне число чистих стратегій гравців.

Так, для матриці, зображеної на рис. 2.4а, у стійкий цикл входять по 3-и чистих стратегії гравців, а для матриці, зображеної на рис. 2.4б - по 2-і чистих стратегії; стратегії $X_3$ та $У_3$ не входять у безліч стратегій стійкого циклу. Один з можливих варіантів зміни виграшу для стійкого циклу, що включає по дві чисті стратегії кожного гравця, наведений на рис. 2.5.

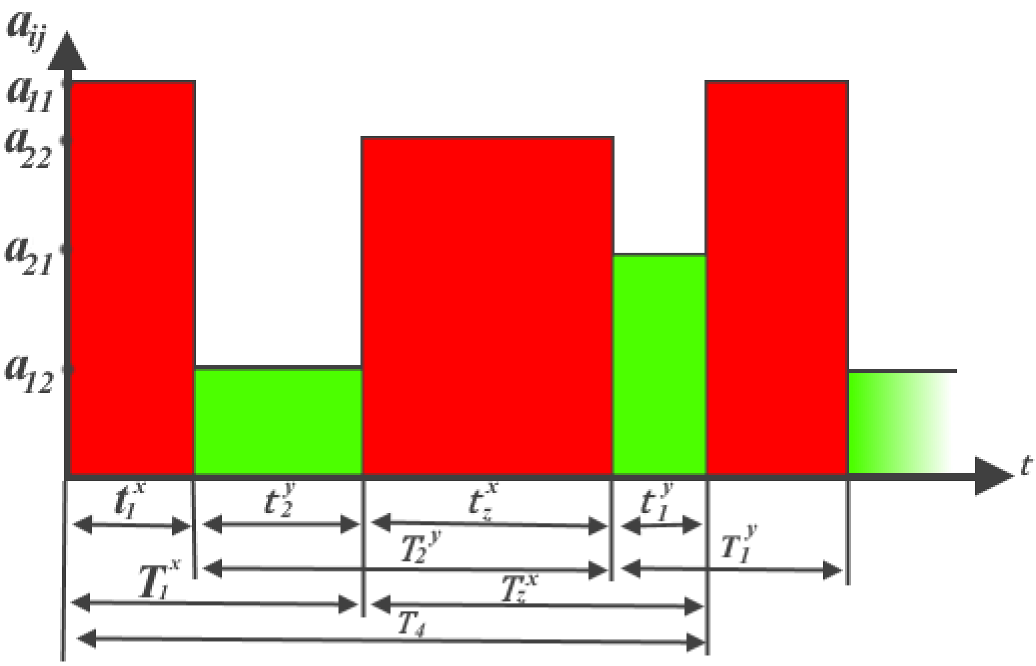



Рис. 2.5 Варіант зміни виграшу для стійкого циклу, що включає по дві чисті стратегії кожного гравця

На рис. 2.5 індекси 1 і 2 відповідають 1-й та 2-й стратегіям стійкого циклу 1-го та 2-го гравців. Відтворення стійких циклів приводить до того, що середній за час гри виграш $M(T)$ рівний середньому за цикл виграшу $M(T_ц)$, Тобто

$$M(T) = M(T_ц), \qquad (2.5.1)$$

де $T_ц$ – тривалість стійкого циклу.

Тоді задача визначення $M(T)$ зводиться до визначення $M(T_ц)$ .

Для матриці гри з одним стійким циклом виграш $M(T_ц)$ обчислюється за формулою

$$M(T_ц) = \frac{1}{T_ц}\left(\sum_{j\epsilon\mathcal{I}ц} t_{i_0}^{x}\ max_i\ a_{ij} + \sum_{j\epsilon\mathcal{I}ц} t_{j_0}^{y}\ min_j\ a_{ij}\right) \qquad (2.5.2)$$

де

$$T_{ц} = \sum_{j\epsilon\mathcal{J}ц} t_j^{у} + \sum_{j\epsilon\mathcal{J}ц} t_i^{x}\ ;\ a_{i_0 j} = max_i\, a_{ij} \text{ та } a_{ij_0} = min_j\, a_{ij} \quad (2.5.3)$$

і додавання здійснюється по номерах стратегій, утворюючих стійкий цикл. При цьому $\mathcal{J}$ц і $\mathcal{J}$ – множини, що ввійшли в стійкий цикл номерів стратегій відповідно 1-го та 2-го гравців.

Матриця може містити не один, а кілька стійких циклів (як приклад на рис. 2.4в наведена матриця із двома стійкими циклами). В цьому випадку обчислення математичного сподівання виграшу слід робити за формулою

$$M = \sum_{k=1}^{k_0} \frac{P_k}{T_k} \left(\sum_{j\epsilon\mathcal{J}_k} t_{i_0}^{x}\ max_i\, a_{ij} + \sum_{j\epsilon\mathcal{J}_k} t_{j_0}^{у}\ min_j\, a_{ij}\right), \quad (2.5.4)$$

де $k_0$ – число стійких циклів у матриці; $\mathcal{J}_k$ – множини номерів чистих стратегій, що утворюють $k$-ий стійкий цикл; $T_k$ – тривалість $k$-того стійкого циклу, що обчислюється по формулі (2.5.3) заміною індексу "ц" на індекс "$k$"; $P_k$ – ймовірність того, що буде реалізовано $k$-тий цикл.

З порівняння виразів (2.5.2) та (2.5.4) випливає, що формула (2.5.2) служить для обчислення умовного математичного сподівання виграшу за умови реалізації цілком певного стійкого циклу, а формула (2.5.4) дозволяє обчислити безумовне математичне очікування виграшу.

Нижче приводиться методика розрахунків ймовірності $P_k$.

При обчисленні ймовірності $P_k$ слід виходити з того, з якої пари стратегій $X_i$ та $У_j$ починається гра. Тому для початку гри введемо події наступного змісту:

$A_k$ - початкові стратегії $X_i$ та $У_j$ належать $k$ - тому стійкому циклу при $k = \overline{1, k_0}$;

$B$ - початкові стратегії $X_i$ та $У_j$ не належать жодному зі стійких циклів.

Ймовірність утворення одного циклу рівна

$$P_k = \sum_{r=1}^{k_0} P(A_r)\, P(Ц_k/A_r) + P(B)\, P(Ц_k/B) \qquad (2.5.5)$$

де

$P(A_r)$ – ймовірність появи події $A_r$ при $r = \overline{1, k_0}$;

$P(B)$ – ймовірність появи події $B$;

$P(Ц_k/A_r)$ – умовна ймовірність переходу від події $A_r$ до стійкого циклу $Ц_k$;

$P(Ц_k/B)$ – умовна ймовірність переходу від події $B$ до стійкого циклу $Ц_k$.

Зі змісту гри з двостороннім підслідковуванням випливає, що

$$P(Ц_k/A_{r=1}) = 1 \text{ та } P(Ц_k/A_{r\neq k}) = 0 \qquad (2.5.6)$$

тоді формула (2.5.6) приймає вигляд

$$P_k = P(A_k) + P(B)\, P(Ц_k/B). \qquad (2.5.7)$$

Визначимо ймовірність $P_1$ відтворення стійкого циклу $Ц_1$ для матриці із двома стійкими циклами $Ц_1$ та $Ц_2$ , яка надана на рис. 2.4в. У цикл $Ц_1$, входять наступні пари чистих стратегій:

$$X_1 \text{ та } У_1\, ;\, X_1 \text{ та } У_2\, ;\, X_2 \text{ та } У_1\, ;\, X_2 \text{ та } У_2\, .$$

У цикл $Ц_2$ входять:

$$X_3 \text{ та } У_3;\, X_3 \text{та } У_4\, ;\, X_4 \text{ та } У_3\, ;\, X_4 \text{ та } У_4\, .$$

Ймовірності того, що 1-й гравець на початку гри застосовує стратегію $X_i$ , а 2-й гравець застосовує стратегію $У_j$ , дорівнюють відповідно $\xi_i$ та $\eta_j$.

Далі, припустимо, що гра починається з пари стратегій $X_1$ та $У_3$. На впізнавання стратегії $X_1$ та $У_3$ гравці витрачають відповідно час $t_1^x$ та $t_3^у$. При $t_1^x > t_3^у$ 1-й гравець переходить від $X_1$ до $X_3$ і в результаті створюється стійкий цикл $Ц_2$ При $t_1^x < t_3^у$ 2-й гравець переходить до стратегії $У_1$, що приводить до утворення циклу $Ц_1$. Перехід до інших чистих стратегій неможливі. Ймовірність виконання умови $t_1^x < t_3^у$ позначимо через $P_{13}$ тобто

$$P\left(t_1^x < t_3^у\right) = P_{13}.$$

Тоді

$$P\left(t_1^x > t_3^у\right) = 1 - P_{13}.$$

Ймовірність $P_{13}$ характеризує ймовірність переходу від пари стратегії $X_1$ та $У_3$ до циклу $Ц_1$. Оскільки від стратегій $X_1$ та $У_3$ перехід можливий або до $Ц_1$, або до $Ц_2$, то ймовірність переходу до циклу $Ц_2$ дорівнює $(1 - P_{13})$.

Аналогічно, для пари стратегій $X_1$ та $У_4$ введемо ймовірність виконання умови $P\left(t_1^x < t_4^у\right)$ і відповідну їй ймовірність переходу $P_{14}$, і так для кожної пари стратегій, що утворюють подію $B$.

Після введених позначень, враховуючи (2.5.6), побудуємо матрицю ймовірностей переходів $\|P_{ij}\|$, кожний елемент якої для відповідної пари стратегії 1-го й 2-го гравців характеризує ймовірність переходу з цієї пари стратегій до циклу $Ц_1$

$$\|P_{ij}\| = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & P_{13} & P_{14} \\ 1 & 1 & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & 0 & 0 \\ P_{41} & P_{42} & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

З урахуванням матриці $\|P_{ij}\|$ вираз для $P_1$ має вигляд

$$P_1 = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} P_{ij}\ \xi_i\, \eta_j\ , \tag{2.5.8}$$

де ймовірності $P_{ij}$ виступають у ролі коефіцієнтів при $\xi_i\, \eta_j$.

Якщо в грі умови $t_i^x \gtrless t_j^y$ носять детермінірований характер, то ймовірності переходів $P_{ij}$ приймають значення або 0, або 1 і матриця ймовірностей переходів складається тільки з нулів і одиниць.

Після одержання виразу для середнього виграшу $M$, переходимо до аналізу. Обмежимося розглядом випадку, коли в грі утворюється один стійкий цикл. При заданих елементах матриці $a_{ij}$ й заданій поведінці гравців (двосторонньому підслідковуванні) величина
виграшу $M$ залежить від часу впізнавання $t_i^x$ та $t_j^y$, причому 1-й гравець управляє часом $t_j^y$ й 2-й гравець – часом $t_i^x$

Покажемо зміну виграшу $M$ залежно від часу впізнавання стратегій для випадку, коли в стійкий цикл входять по дві стратегії $X_1, X_2$ та $У_1$ , $У_2$ 1-го й 2-го гравців. Для даного циклу матриця має вигляд

$$\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix},$$

і утворюючі стійкий цикл елементи матриці зв'язані між собою нерівностями

$$a_{11} > a_{22} > a_{12} > a_{21}. \tag{2.5.9}$$

З наведених залежностей випливає, що зменшення часу впізнавання $t_i^x$ стратегій 1-го гравця зменшує виграш, а зменшення часу впізнавання стратегій 2-го гравця збільшує середній виграш 1-го гравця. Формула (2.5.2) підтверджує очевидний висновок про те, що кожний гравець прагне зменшувати час впізнавання стратегій противника. Оскільки зменшення часу $t_i^x$ та $t_j^y$ викликає зміну виграшу в протилежних напрямках, то результативна зміна $M$ буде залежати від співвідношення часу впізнавання, досягнутих гравцями.

При різному часі впізнавання величина $M$ міняється в широких межах і може виявитися більше верхньої ціни гри

$$M > min_j\ max_i\ a_{ij}\ , \tag{2.5.10}$$

або менше нижньої ціни гри

$$M < max_j\ min_i\ a_{ij}\ . \tag{2.5.11}$$

Якщо розмірність матриці гри більше розмірності матриці, що містить тільки стратегії стійкого циклу, то може трапитися, що мінімаксна й максимінна стратегії не увійдуть у стійкий цикл. При виконанні умови (2.5.10) 2-му гравцеві підслідковування стає невигідним і він перейде до гарантованої мінімаксної стратегії, при якій його програш дорівнює верхній ціні гри. При виконанні умови (2.5.11) змушений відмовитися від підслідковування 1-й гравець, переходячи до максимінної стратегії, він досягне лише виграшу, що дорівнює нижній ціні гри.

Таким чином, гра із двостороннім підслідковуванням має місце, якщо виконується умова

$$max_j\ min_i\ a_{ij} < M < \ min_j\ max_i\ a_{ij}\ . \tag{2.5.12}$$

Після підстановки в (2.5.12) виразу (2.5.2) умова існування двостороннього підслідковування записується у вигляді

$$max_j\ min_i\ a_{ij} < \frac{\sum_{j\epsilon\mathcal{I}_k} t_{i_0}^{x}\ max_j\ a_{ij} + \sum_{j\epsilon\mathcal{I}_k} t_{j_0}^{y}\ min_i\ a_{ij}}{\sum_{j\epsilon\mathcal{I}_k} t_{j}^{y} + \sum_{j\epsilon\mathcal{I}_k} t_{i}^{x}} < \ min_j\ max_i\ a_{ij}. \tag{2.5.13}$$

Використовуючи отриману умову, визначимо час впізнавання $t_i^x$та $t_j^у$, при яких здійснюється двостороннє підслідковування.

Будемо вважати, що мінімаксна й максимінна стратегії входять у розглянутий стійкий цикл. Тоді, використовуючи умову (2.5.9), одержимо

$$max_j \; min_i \; a_{ij} = \; a_{12}, \tag{2.5.14}$$

та

$$min_j \; max_i \; a_{ij} = \; a_{22}. \tag{2.5.15}$$

Максимінною стратегією 1-го гравця є стратегія $X_1$ і мінімаксною стратегією 2-го гравця є стратегія $У_1$ . Розглянемо випадок, коли

$$M = \; a_{22}. \tag{2.5.16}$$

Підставивши до (2.5.16) вираз для $M$, після відповідних перетворень одержуємо наступну умову переходу 2-го гравця до стратегії $У_2$ :

$$t_1^у + \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{22} - a_{12}} \; t_2^у = \; \frac{a_{11} - a_{22}}{a_{22} - a_{12}} \; t_1^x \tag{2.5.17}$$

Вираз (2.5.17) встановлює зв'язок між часом впізнавання стратегій гравцями, де коефіцієнти при часі $t_2^у$ та $t_1^x$ утворені вхідними в стійкий цикл елементами $a_{ij}$. Час $t_2^x$ не входить до (2.5.17). Це значить, що час впізнавання 2-м гравцем стратегії $X_2$ 1-го гравця не впливає на умови переходу 2-го гравця до чистої стратегії $У_2$. Для забезпечення умови $M< a_{22}$ 2-му гравцеві необхідно зменшувати тільки час $t_1^x$. При заданому $t_1^x$ оптимальні для 1-го гравця значення часу $t_1^у$ та $t_2^у$ визначаються за допомогою формули (2.5.17). Подальше зменшення часу впізнавання стратегій 2-го гравця недоцільно.

Графічно зв'язок часу впізнавання показано на рис. 2.7, де раціональні значення часу $t_1^y$ та $t_2^y$ належать відрізку $KL$.

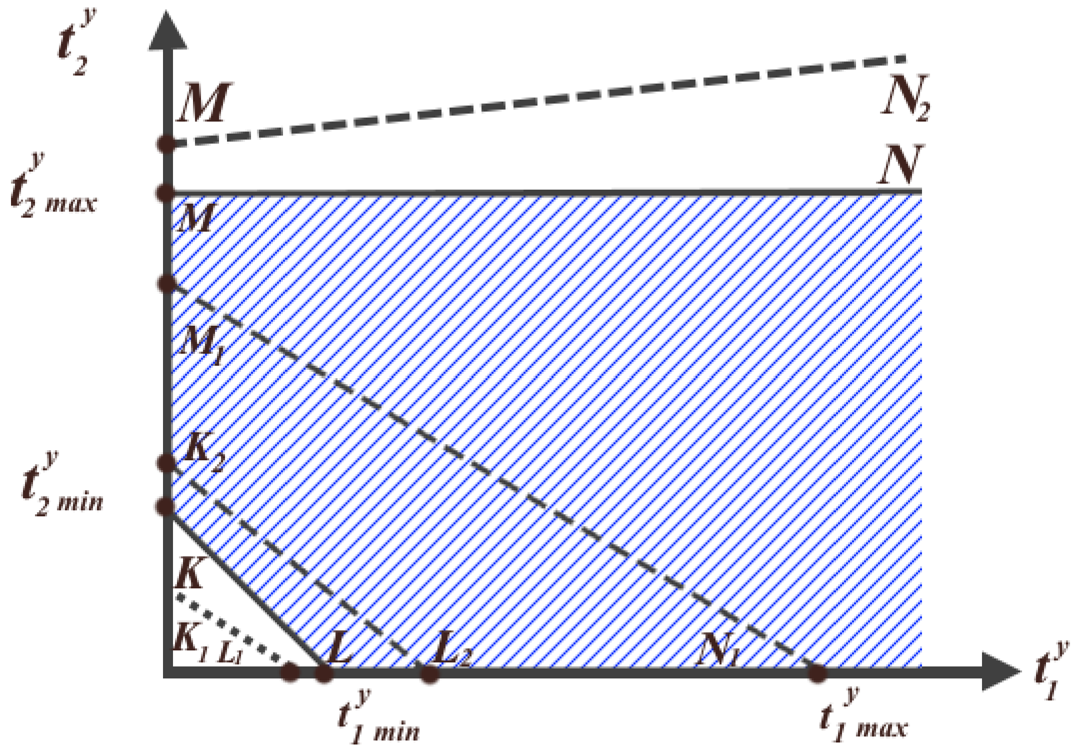



Рис. 2.7 Часові умови існування двостороннього підслідковування й зв'язок між часом впізнавання гравцями стратегій противника

Якщо мінімаксна стратегія не входить у стійкий цикл, то від виразу (2.5.17) переходимо до виразу:

$$t_1^y + \frac{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{21}}{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{12}}\, t_2^y = \frac{a_{11} - min_j\, max_i\, a_{ij}}{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{12}}\, t_1^x + \frac{a_{22} - min_j\, max_i\, a_{ij}}{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{12}}\, t_2^x \quad (2.5.18)$$

У цьому випадку для забезпечення умови $M < a_{22}$ 2-й гравець зменшує як $t_1^x$, так і $t_2^x$, а 1-й гравець при визначенні раціонального часу $t_1^y$ та $t_2^y$ повинен враховувати й $t_1^x$ та $t_2^x$. Раціональні значення часу впізнавання $t_1^y$ та $t_2^y$ при

$$min_j\, max_i\, a_{ij} > a_{22},$$

на рис. 2.7 належать відрізку $K_1L_1$ і при $min_j\, max_i\, a_{ij} < a_{22}$ раціональні значення $t_1^x$ та $t_2^x$ належать на відрізку $K_2L_2$ . Введений на рис. 2.7 час $t_{1min}^{y}$ та $t_{2min}^{y}$ обчислюється по отриманих з (2.5.17) і (2.5.18) формулах

$$t_{1min}^{y} = \begin{cases} \frac{a_{11} - min_j\, max_i\, a_{ij}}{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{12}} t_1^x + \frac{a_{22} - min_j\, max_i\, a_{ij}}{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{12}} t_2^x & \text{при } min_j\, max_i\, a_{ij} \neq a_{22}, \\ \frac{a_{11} - a_{22}}{a_{22} - a_{12}} t_1^x & \text{при } min_j\, max_i\, a_{ij} = a_{22}, \end{cases}$$

$$t_{2min}^{y} = \begin{cases} \frac{a_{11} - min_j\, max_i\, a_{ij}}{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{21}} t_1^x + \frac{a_{22} - min_j\, max_i\, a_{ij}}{min_j\, max_i\, a_{ij} - a_{21}} t_2^x & \text{при } min_j\, max_i\, a_{ij} \neq a_{22}, \\ \frac{a_{11} - a_{22}}{a_{22} - a_{21}} t_1^x & \text{при } min_j\, max_i\, a_{ij} = a_{22}. \end{cases}$$

Переходимо до випадку, коли

$$M = a_{12}. \qquad (2.5.19)$$

Умова переходу 1-го гравця до максимінної стратегії $X_1$ записується у вигляді

$$t_2^{y} + \frac{a_{11} - a_{22}}{a_{22} - a_{21}}\, t_1^x = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{22} - a_{21}}\, t_2^x. \qquad (2.5.20)$$

Зменшуючи час $t_1^x$ та $t_2^x$ 2-й гравець змушує 1-го гравця переходити до стратегії $X_1$. При заданому часі $t_2^{y}$ 2-й гравець визначає оптимальні значення часу $t_1^x$ та $t_2^x$ за формулою (2.5.20). Оскільки час $t_1^{y}$ не впливає на умови переходу 1-го гравця до стратегії $X_1$, то для забезпечення виграшу $M > a_{12}$ 1-й гравець повинен зменшувати тільки час $t_2^{y}$.

Якщо максимінна стратегія не входить у стійкий цикл, то умова переходу 1-го гравця від підслідковування до максимальної стратегії має вигляд

$$t_1^{y} + \frac{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{21}}{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{12}}\, t_2^{y} = \frac{a_{11} - max_i\, min_j\, a_{ij}}{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{12}}\, t_1^x + \frac{a_{22} - max_i\, min_j\, a_{ij}}{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{12}} t_2^x \quad (2.5.21)$$

У залежності від співвідношення величин $max_i\, min_j\, a_{ij}$ і $a_{12}$ максимально припустимі значення часу впізнавання 1-м гравцем стратегій противника містяться або на прямій $MN$ $(max_i\, min_j\, a_{ij} = a_{12})$, або на прямій $M_1N_1$ $(max_i\, min_j\, a_{ij} > a_{12})$, або на прямій $M_2N_2$ $(max_i\, min_j\, a_{ij} < a_{12})$. При цьому час $t^{y}_{1\,max}$та $t^{y}_{2\,max}$ дорівнює

$$t^{y}_{1max} = \begin{cases} \frac{a_{11} - max_i\, min_j\, a_{ij}}{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{12}}\, t^x_1 + \frac{a_{22} - max_i\, min_j\, a_{ij}}{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{12}} t^x_2 & \text{при } max_i\, min_j\, a_{ij} > a_{12}\,, \\ \infty & \text{при } max_i\, min_j\, a_{ij} \le a_{12}\,, \end{cases}$$

$$t^{y}_{2max} = \begin{cases} \frac{a_{11} - max_i\, min_j\, a_{ij}}{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{21}}\, t^x_1 + \frac{a_{22} - max_i\, min_j\, a_{ij}}{max_i\, min_j\, a_{ij} - a_{21}} t^x_2 & \text{при } max_i\, min_j\, a_{ij} \ne a_{12}\,, \\ \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{12} - a_{21}}\, t^x_1 + \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{12} - a_{21}}\, t^x_2 & \text{при } max_i\, min_j\, a_{ij} = a_{12}\,. \end{cases}$$

Узагальнення отриманих для випадків $M = a_{22}$ і $M = a_{12}$ результатів дозволяє перейти від умови (2.5.13) до області $KLMN$ (рис. 2.7), яка показує часові умови існування двостороннього підслідковування й зв'язок між часом впізнавання гравцями стратегій противника. Якщо час впізнавання буде в області $KLMN$, то має місце двохстороннє підслідковування й значення виграшу 1-го гравця перебуває в діапазоні між верхньою й нижньою ціною гри. Вирази (2.5.18) і (2.5.21) дозволяють виробити рекомендації з вибору часу впізнавання гравцями стратегій противника. Для 1-го гравця оптимальні значення часу впізнавання при заданому часі впізнавання
2-го гравця лежать на прямій $KL$ і виграш дорівнює верхній ціні гри. Відповідно для 2-го гравця раціональні значення часу впізнавання при заданому часі впізнавання 1-го гравця містяться на прямій $MN$ і виграш дорівнює нижній ціні гри.

Слід зауважити, що розглянуті раніше стійкі цикли утворювалися тільки з урахуванням значень елементів матриці $\|a_{ij}\|$. Можливо показати, що при одночасному обліку величин елементів матриці й часу впізнавання утворюючих їхніх стратегій мінімальні в рядку й максимальні в стовпці елементи $a_{ij}$ можуть не увійти в стійкий цикл. Однак, і в цьому випадку, методика обчислення середнього виграшу аналогічна наведеної вище.

Для складної системи $S_1$ й антисистеми $S_2$ двостороннє підслідковування виглядає у такий спосіб. При застосуванні антисистемою $S_2$ засоби протидії $У_j$ система $S_1$ за час $t_j^у$ здійснює впізнавання засобу $У_j$ і переходить до такого засобу захисту $X_i$, при якому ефективність системи $S_1$ найбільша для даного $У_j$. Потім за час $t_i^x$; антисистема $S_2$ здійснює впізнавання засобу захисту $X_i$ і включає засіб протидії, мінімізуючий ефективність системи при застосовуваному $X_i$ і т.ін. Після початку функціонування $S_1$ через одну-дві зміни засобів захисту й протидії процес управління цими засобами стає замкненим стійким циклом.

Для обчислення ефективності функціонування системи $S_1$ в залежності від числа можливих стійких циклів використовуються формули (2.5.2) або (2.5.4). Діапазон зміни ефективності при двосторонньому підслідковуванні визначається виразом (2.5.13).

Залежність ефективності від часу впізнавання $t_i^x$ та $t_j^у$ приводить до того, що система й антисистема прагнуть до зменшення цього часу. Отриманий аналітичний зв'язок між ефективністю системи $S_1$ , і часом $t_i^x$ та $t_j^у$ дозволяє визначати необхідні значення часу впізнавання засобів захисту й протидії. Система $S_1$ прагне забезпечити такі значення часу впізнавання засобів протидії, при яких антисистема $S_2$ змушена застосовувати мінімаксний засіб протидії і ефективність системи досягає найбільшого гарантованого значення $min_j \, max_i \, E_{ij}$. У свою чергу, антисистема $S_2$ прагне зменшити час впізнавання засобів захисту до значень, при яких $S_1$ повинна застосовувати максимінний засіб захисту, і ефективність системи дорівнює найменшому гарантованому значенню $max_i \, min_j \, a_{ij}$. У тому й іншому випадках двостороннє підслідковування припиняється.

На рис. 2.7 множини значень часу впізнавання засобів протидії й захисту утворюють область, у якій можливо двостороннє підслідковування.

## Висновки по 2-му розділу

1. Пошук змісту складових інформаційної технології функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії методами теорії ігор, трансформується в пошук раціональних стратегій введення керуючих впливів на об'єкти управління двома гравцями, один з яких є оператор ТЗР, інший противник.

2. Враховуючи умови, наявності попередньої інформації у гравців про поведінку один одного в майбутньому, можливо перейти до відшукання раціональної стратегії протидії виходячи з чотирьох часткових випадків:

– жоден з гравців не має можливості визначити застосовані противником стратегії;

– один з гравців має можливість визначити застосовану стратегію противником;

– обидва гравці мають можливість визначити застосовану стратегію противником;

– кожен гравець має можливість визначати деякі з усіх можливих стратегій що застосовуються противником.

3. Основою інформаційної технології функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії, є розв'язок задачі визначення раціональних мішаних стратегій поведінки двох гравців для багатоходової гри на протязі достатньо тривалого часу, з урахуванням однократного застосування стратегії кожним з гравців з меншим часом застосування, коли критерієм ефективності протидії є середній виграш роботи системи.

4. Управління засобами захисту, в багаторівневих структурах, при відсутності інформації про застосовувані у цей момент завади припускає наявність наступних етапів:

– обчислення ймовірності застосування захисту без урахування часу його однократного використання;

– обчислення ймовірності застосування захисту з урахуванням часу його однократного використання;

– формування реалізації $i(t)$;

– конкретне управління захистами, відповідно до керуючого впливу $i(t)$.

5. З отриманих залежностей випливає, що зменшення часу впізнавання стратегій 1-го гравця зменшує виграш, а зменшення часу впізнавання стратегій 2-го гравця збільшує середній виграш 1-го гравця. Аналіз співвідношення взаємозв'язків часу розпізнавання впливу стратегій підтверджує очевидний висновок про те, що кожний гравець прагне зменшувати час впізнавання стратегій противника. Оскільки зменшення часу викликає зміну виграшу в протилежних напрямках, то результативна зміна виграшу буде залежати від співвідношення часу впізнавання, досягнутих гравцями.

6. В результаті формалізації процесу функціонування складної системи ТЗР розроблена ігрова модель в умовах протидії з боку антисистеми з урахуванням часу однократного застосування й часу впізнавання засобів протидії й захисту.

7. При управлінні захистами в умовах протидії розроблено реалізацію раціональних мішаних стратегій складною системою технічними засобами розвідки що дистанційно управляється. Розроблена модель процесу формування реалізації раціональної мішаної стратегії для дистанційного управління технічними засобами розвідки.

8. Визначено раціональну стратегію коли противник застосовує не відому для нас стратегію, не аналізує роботу наших технічних засобів розвідки і завади для них з'являються випадково.

# РОЗДІЛ 3
# УПРАВЛІННЯ ТЕХНІЧНИМИ ЗАСОБАМИ РОЗВІДКИ ПРИ НАЯВНОСТІ МОЖЛИВОСТЕЙ ВПІЗНАВАННЯ ЗАСОБІВ ПРОТИДІЇ

## 3.1 Визначення раціональної стратегії управління технічними засобами розвідки у випадку однобічного підслідковування противником засобів ТЗР

Наступним кроком у досягнені мети дослідження є необхідність визначення можливості раціоналізації управління засобами захисту та протидії, коли система $S_1$ , має можливість визначати застосовувані системою $S_2$ засоби протидії (з якою інтенсивністю працюють засоби РЕБ, з якою швидкістю і на яких частотах з'являються перешкоди), а система $S_2$ такої можливості не має. При рішенні поставленої задачі використовується запропонована в **2.1** ігрова модель функціонування складної системи ТЗР в умовах протидії. Тоді, можливості впізнавання складною системою ТЗР $S_1$ засобів протидії антисистеми $S_2$ відповідають умові (2.1.2). Використовуючи прийняту для ігрової моделі термінологію, необхідно визначити зміст раціональної стратегії гравцю в багаторівневій системі, за умови, що тільки 1-й гравець має можливість впізнавати застосовувані 2-м гравцем стратегії [91].

Дана матриця гри $\left\|a_{ij}\right\|_m^n$ , множини чистих стратегій 1-го й 2-го гравців $x = \{x_1, x_2, \dots x_i, \dots x_m\}$ і $y = \{y_1, y_2, \dots y_j, \dots y_n\}$, множини часу однократного застосування чистих стратегій 2-го гравця

$$T^y = \{T_1^y, T_2^y, \dots T_j^y, \dots, T_n^y\}$$

та множини часу

$$t^y = \{t_1^y, t_2^y, \dots t_j^y, \dots, t_n^y\},$$

що характеризує можливості 1-го гравця по розпізнаванню застосованих 2-м гравцем чистих стратегій (з якою інтенсивністю працюють засоби РЕБ, з якою швидкістю і на яких частотах з'являються перешкоди). 2-й гравець не має можливості впізнавати чисті стратегії 1-го гравця. З урахуванням прийнятої в **2.1** моделі зазначені умови впізнавання гравцями чистих стратегій противника записуються у вигляді.

$$t_j^y > T_j^y \text{при } j = \overline{1,n} \text{ та } t_i^x > T_i^x \text{при } i = \overline{1,m}. \qquad (3.1.1)$$

2-й гравець у загальному випадку реалізує деяку змішану стратегію.

$$H = \{\eta_{\mathbf{1}}, \eta_{\mathbf{2}}, \dots \eta_{\boldsymbol{j}}, \dots, \eta_{\boldsymbol{n}}\}$$

Після кожної зміни 2-м гравцем чистої стратегії 1-й гравець визначає протягом $t_j^y$ застосовувану стратегію $y_j$ і переходить до такої чистої стратегії $x_i$ при якій виграш дорівнює $max_i a_{ij}$, максимально створює умови виконанню задач по радіоуправлінню технічними засобами. Таку поведінку гравця в **2.5** названо підслідковування. Оскільки підслідковування здійснює тільки 1-й гравець, то дану гру будемо називати грою з однобічним підслідковуванням.

Таким чином, ставиться наступна задача. В умовах гри з однобічним підслідковуванням з боку 1-го гравця визначити раціональну стратегію $H^*$ 2-го гравця, при якій за час гри $T$ середній виграш 1-го гравця буде мінімальним.

Для матриці $\|a_{ij}\|_m^n$ введемо наступні обмеження:

– матриця квадратна ($m = n$);

– у кожному стовпці й у кожному рядку міститься тільки одне значення максимального в стовпці й у рядку виграшу.

Зауважимо, що для прямокутних ігор $m$ x $n$ ($m \neq n$) перше обмеження є наслідком з рішення гри, тому що кількість утворюючих рішень активних стратегій однакова для мішаних стратегій гравців і дорівнює $min\ \{m, n\}$.

Для пошуку раціональної стратегії $H^*$ визначимо середній виграш 1-го гравця, визначимо зміну в ході гри виграшу $a_{ij}\ (t)$, що є випадковим процесом. В цьому інтервалі оберемо момент $t$, коли 2-й гравець переходить до стратегії $y_j$. У цей момент 1-й гравець застосовує одну зі стратегій $x_i$ з ймовірністю $\xi_i$.

Величина $t_j^y$ визначається тільки стратегією $y_j$ і не залежить від того, яку стратегію застосовує 1-й гравець. Оскільки $t_j^y$ при даній стратегії $y_j$ постійна для всіх стратегій $x_i$, то середнє значення виграшу 1-го гравця в цьому інтервалі дорівнює

$$\overline{a_j} = \sum_{i=1}^{m} \xi_i \cdot a_{ij} \tag{3.1.2}$$

За час $t_j^y$ 1-й гравець впізнає стратегію $y_j$ і переходить до стратегії, що забезпечує максимальний у стовпці виграш $max_i a_{ij}$ в час ($T_j^y - t_j^y$). За час $T_j^y$ середній виграш дорівнює

$$\widetilde{a_j} = \frac{t_j^y a_j + (T_j^y - t_j^y)\ max a_{ij}}{T_j^y} \tag{3.1.3}$$

В результаті ділення на $T_j^y$ середнє значення $\widetilde{a_j}$ вже не залежить від часу однократного застосування стратегії $y_j$ і ймовірність появи такого виграшу дорівнює $q_j$ . У цьому випадку середнє за гру значення виграшу $M$ дорівнює

$$M = \sum_{j=1}^{n} q_j \cdot \widetilde{a_j} \tag{3.1.4}$$

З урахуванням формули переходу від $q_j$ до $\eta_j$ вираз для $M$ має вигляд

$$M = \sum_{j=1}^{n} \frac{\eta_j \cdot T_j^y \cdot \widetilde{a_j}}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^y} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \cdot \eta_j \cdot \xi_i \, t_j^y \cdot a_{ij} + \sum_{j=1}^{n} (T_j^y - t_j^y) \, max a_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j \cdot T_j^y} . \qquad (3.1.5)$$

Оскільки максимальні в стовпцях виграші розташовані по головній діагоналі матриці й $m = n$, то в результаті відслідковування

$$max_i a_{ij} = a_{jj}. \qquad (3.1.6)$$

При переході 2-го гравця до стратегії $y_j$ 1-й гравець через час $t_j^y$ перейде до стратегії $x_{i=j}$ і

$$\xi_{i=j} = \eta_j \qquad (3.1.7)$$

Рівність (3.1.7) означає, що стратегії з однаковими номерами в 1-го й 2-го гравців мають однакові ймовірності застосування.

Таким чином, при відслідковуванні

$$\eta_j = \xi_i \text{ при } i = \overline{1, m}. \qquad (3.1.8)$$

З урахуванням (3.1.8) вираз (3.1.5) має вигляд

$$M = \frac{\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{m} \cdot \eta_j \eta_i \cdot t_j^y \cdot a_{ij} + \sum_{j=1}^{m} \eta_j \, (T_j^y - t_j^y) \, a_{jj}}{\sum_{j=1}^{m} \eta_j \cdot T_j^y}. \qquad (3.1.9)$$

Раціональною стратегією $H^*$ 2-го гравця буде такий набір значень $\eta_j$, при яких мінімізується значення середнього виграшу $M$. При цьому

$$\sum_{j=1}^{m} \eta_j = 1 \qquad (3.1.10)$$

Задача пошуку $H^*$ відповідно до пункту (3.1.9) є задачею нелінійного програмування. При переході до функціонування складної системи ТЗР вираження (3.1.9) дозволяє визначити ефективність системи $S_1$, в умовах, коли система здійснює аналіз перешкод $y_j$ протягом відрізків часу $t_j^y$ після аналізу включає раціональний захист при раціональних ймовірностях застосування перешкод антисистемою $S_2$, і при відсутності інформації в системи $S_2$ про застосовуваних у цей момент системою $S_1$ захисту.

Визначення раціональної стратегії $H^*$ у грі з однобічним підслідковуванням полягає у визначенні таких значень ймовірностей $\eta_1^*$ і $\eta_2^*$ застосування 2-м гравцем чистих стратегій $y_1$ і $y_2$, при яких здійснюючий підслідковування 1-й гравець одержить мінімальний середній виграш *M*.

Оскільки $\eta_2^* = \eta_1^* - 1$, то задачу визначення $H^*$ можна сформулювати в наступному вигляді: необхідно знайти таку ймовірність $\eta_1^*$, при якій середній виграш *M* мінімальний.

Використовуючи вираз (3.1.9), вираз для *M* запишемо у вигляді

$$M = \frac{B\eta_1^2 - (B - \mathrm{T}_1 a_{11} + \mathrm{T}_2 a_{22})\,\eta_1 + \mathrm{T}_2 a_{22}}{(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2)\eta_1 + \mathrm{T}_2}, \qquad (3.1.11)$$

де

$$B = B\,(t_1, t_2) = t_1\,(a_{11} - a_{21}) + t_2\,(a_{22} - a_{12}). \qquad (3.1.12)$$

Різниці $(a_{11} - a_{21})$ і $(a_{22} - a_{12})$ за час $t_1$ та $t_2$ є коефіцієнтами, що враховують ризик 2-го гравця при застосуванні ним стратегій $y_1$ та $y_2$. У виразах (3.1.11) та (3.1.12) введені наступні позначення:

$\mathrm{T}_1$ та $\mathrm{T}_2$ - час однократного застосування 2-м гравцем стратегій $y_1$ та $y_2$;

$t_1$ та $t_2$ - час визначення 1-м гравцем застосовуваних 2-м гравцем стратегій $y_1$ та $y_2$, відповідно.

Прирівнявши

$$\frac{d\,M}{d\,\eta_1} = 0,$$

Одержимо

$$B\,(\mathrm{T}_{\mathbf{1}} - \mathrm{T}_{\mathbf{2}})\,\eta_{\mathbf{1}}^{\mathbf{2}} + 2\,B\,\mathrm{T}_{\mathbf{2}}\,\eta_{\mathbf{1}} + \mathrm{T}_{\mathbf{1}}\,\mathrm{T}_{\mathbf{2}}\,(a_{11} - a_{21}) - B\,\mathrm{T}_{\mathbf{2}} = 0. \qquad (3.1.13)$$

Звідки, раціональна ймовірність застосування стратегії $y_1$, дорівнює

$$\eta_1^* = \frac{\sqrt{\mathrm{T}_1\,\mathrm{T}_{\mathbf{2}}\left[1 - \frac{(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2)(a_{11} - a_{21})}{\mathrm{B}}\right] - \mathrm{T}_2}}{\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2}\,. \qquad (3.1.14)$$

Після підстановки значення $\eta_1^*$ у вираз (3.1.11) мінімальний середній виграш 1-го гравця визначається за формулою

$$M(\eta_1^*) = M_{min} = \frac{\mathrm{T}_1 a_{11} - \mathrm{T}_2 a_{22}}{\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2} + 2\,\frac{B}{(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2)^2} \times$$

$$\times \left\{ \sqrt{\mathrm{T}_1\,\mathrm{T}_2\left[1 - \frac{(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2)(a_{11} - a_{22})}{B}\right] - \frac{\mathrm{T}_1 + \mathrm{T}_2}{2}} \right\}. \qquad (3.1.15)$$

Таким чином, отриманий для $\eta_1^*$ вираз (3.1.15) визначає раціональну стратегію $H^*$ 2-го гравця, який повинен застосовувати стратегію $y_1$ з ймовірністю $\eta_1^*$ і стратегію $y_2$ с ймовірністю $(1 - \eta_1^*)$, при цьому виграш 1-го гравця по дистанційному управлінню технічними засобами стає мінімальним і дорівнює $M_{min}$.

## 3.2 Аналіз раціональної стратегії управління у випадку однобічного підслідковування

З отриманого в **3.1**. рішення гри випливає, що ймовірність $\eta_1^*$ в середніх виграшах $M$ та $M_{min}$ є функціями $T_1$, $T_2$, $t_1$, $t_2$ та $a_{ij}$. При незмінних елементах матриці 2-й гравець може управляти параметрами $T_1$, $T_2$ та $\eta_1$.

Розглянемо вплив зазначених параметрів на отримане рішення гри.

Насамперед, визначимо діапазон зміни параметра $B$, що характеризує можливості 1-го гравця по впізнаванню ним стратегій $y_1$ та $y_2$. Максимально можливі значення $t_1$ та $t_2$ рівні

$$t_{1max} = T_1 \text{ та } t_{2max} = T_2,$$
$$B_{max} = T_1 (a_{11} - a_{21}) + T_2 (a_{22} - a_{12}). \qquad (3.2.1)$$

Мінімальне значення $B$ визначимо з формули (3.1.12), враховуючи що $0 \le \eta_1^* \le 1$.

Перехід від умови $a_{11} > a_{22}$ до умови $a_{11} < a_{22}$ викликає зміна величини $\eta_1^*$ на величину $1 - \eta_1^*$, тому обмежимося тільки розглядом випадку $a_{11} > a_{22}$. Прийнявши в (3.1.12) $\eta_1^* = 0$ і вирішуючи отримане рівняння відносно $B$, знаходимо значення $B_{min}$.

$$B_{min} = T_1 (a_{11} - a_{21}). \qquad (3.2.2)$$

На рис. 3.1 показана область $KLMNP$, у якій визначені значення $t_1$ та $t_2$.

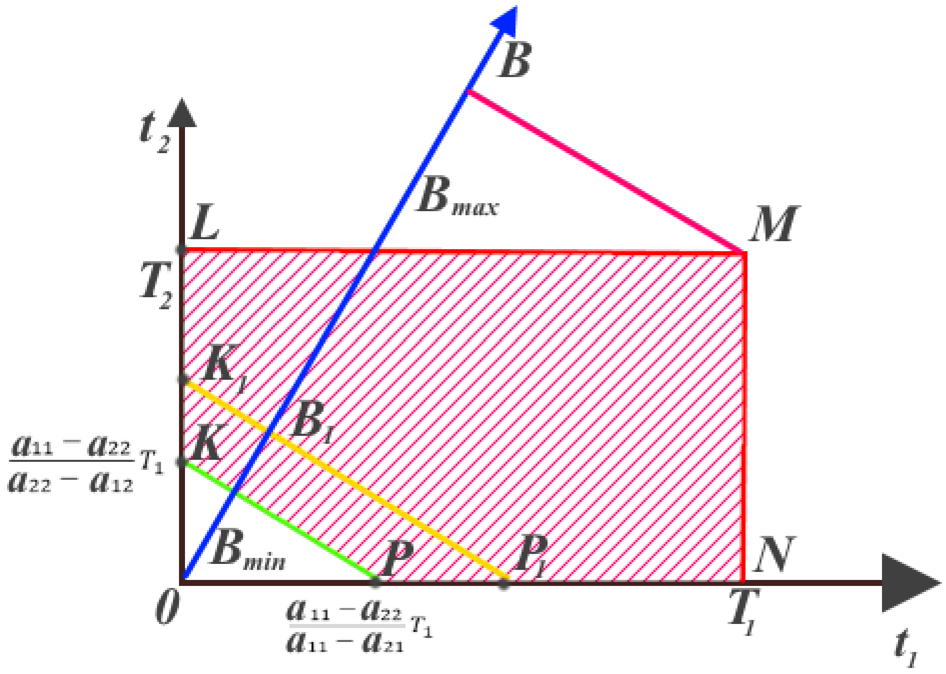



Рис. 3.1 Область, у якій визначені значення $t_1$ та $t_2$

При зміні $t_1$ та $t_2$ у зазначеній області $B$ змінюється від $B_{min}$ до $B_{max}$. На графіку масштаб $B$ відрізняється від масштабу $t_1$ в $(a_{11} - a_{21})^{-1}$ раз.

Значенням $t_1$ та $t_2$ відповідають значення $B < B_{min}$. В цьому випадку екстремум при $0 \leq \eta_1^* < 1$ відсутній і середній виграш 1-го гравця, що обчислюється за формулою (3.1.10), змінюється в діапазоні

$$a_{22} < M < a_{11} .$$

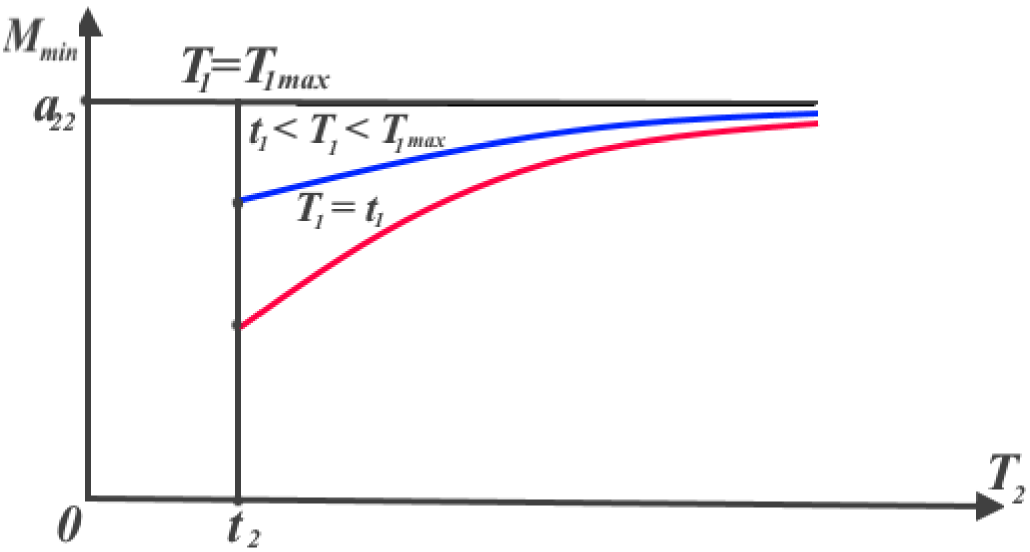
Раціональними для 1-го гравця є значення $t_1$ та $t_2$, які містяться на лінії $KP$, коли $B = B_{min}$. Тоді рішення гри записується у вигляді: $\eta_1^* = 0$ та $B_{min} = a_{22}$.

Це означає, що 2-й гравець застосовує тільки чисту стратегію $y_2$, в результаті підслідковування 1-й гравець застосовує чисту стратегію $x_2$ і виграш дорівнює верхній ціні гри $a_{22}$.

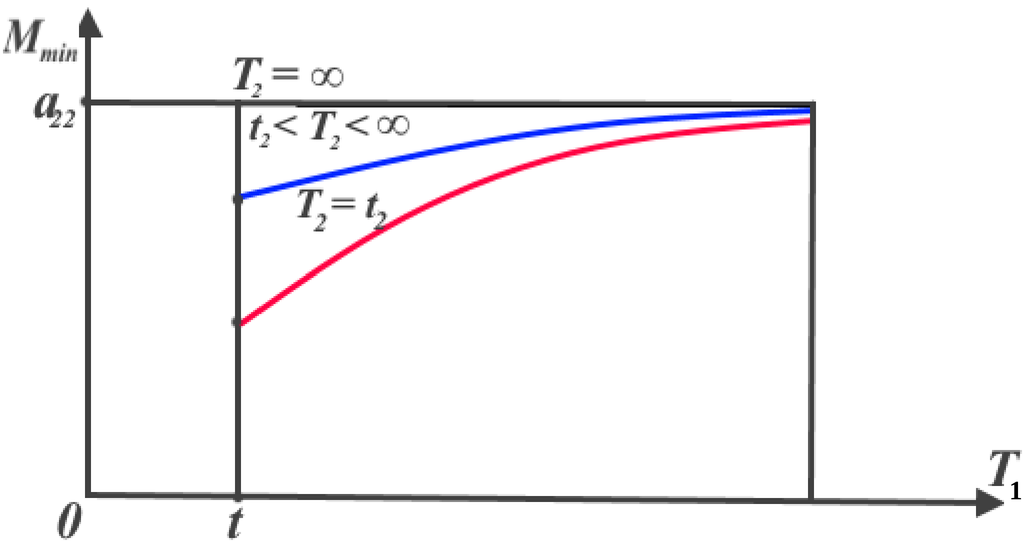
Зменшення $t_1$ та $t_2$ викликає монотонне зростання величини середнього виграшу $M_{min}$, однак одержання значень $t_1$ та $t_2$ на лінії $KP$ може бути обмежене технічними можливостями 1-го гравця. Наприклад, 1-й гравець може забезпечити зміну $B$ у діапазоні $B_1 \leq B \leq B_{max}$, тоді значення $t_1$ і $t_2$ будуть визначені в області $K_1LMNP_1$ і рішення гри знаходиться за формулами (3.1.12) та (3.1.13).

Вибір параметрів $T_1$ та $T_2$ 2-й гравець здійснює,виходячи з величини середнього виграшу $M_{min}$ при раціональному значенні ймовірності $\eta_1^*$.

На рис.3.2 показано вплив $T_1$ та $T_2$ на $M_{min}$ при фіксованому значенні параметра $B$.




а)




б)

Рис 3.2 Вплив $T_1$ та $T_2$ на $M_{min}$ при фіксованому значенні параметра $B$

При цьому $T_1$ та $T_2$ змінюються в діапазоні

$$t_1 < T_1 < T_{1max} \text{ та } t_2 < T_2 < \infty,$$

де $T_{1max}$ – таке значення, при якому $T_1$ стає дорівнює $B_{min}$.
З графіків $M_{min}(T_1, T_2)$ випливає, що 2-й гравець прагне зменшувати значення $T_1$ та $T_2$, зменшуючи тим самим як величину $M_{min}$, так і величину $B_{min}$, що ускладнює 1-му гравцеві виконати умови $B = B_{min}$.

Таким чином, умовою застосування 2-м гравцем мішаної стратегії є виконання нерівності

$$B > B_{min} = T_1 (a_{11} - a_{21}) \tag{3.2.3}$$

У цьому випадку середній виграш 1-го гравця виявляється менше верхньої ціни гри.

Аналіз графіків $M_{min}(T_1, T_2)$ показує, що те саме значення $M_{min}$ може бути досягнуте при різних комбінаціях величин $T_1$ та $T_2$. Тому для подальшого аналізу впливу часу $T_1$ та $T_2$ на рішення гри введемо параметр $\beta$, враховуючи відношення часу $T_1$ та $T_2$, де

$$\beta = \frac{T_1}{T_2}. \tag{3.2.4}$$

Крім того, параметр $B$ будемо виражати через $B_{max}$ за допомогою коефіцієнта $\propto$, тобто

$$B = \propto B_{max}, \tag{3.2.5}$$

де

$$\propto_{min} \leq \propto \leq 1 \quad \text{та} \quad \propto_{min} = \frac{B_{min}}{B_{max}}. \tag{3.2.6}$$

Використовуючи (3.1.11) і (3.2.1) запишемо вираження для коефіцієнта $\propto$ у вигляді

$$\propto = \frac{t_1(a_{11} - a_{21}) + t_2\,(a_{22} - a_{12})}{T_1(a_{11} - a_{21}) + T_2\,(a_{22} - a_{12})}. \tag{3.2.7}$$

У виразі (3.2.7) за допомогою коефіцієнта встановлюється зв'язок між часом $T_1$ та $T_2$ однократного застосування 2-м гравцем стратегій $y_1$ та $y_2$ часом $t_1$ та $t_2$ впізнавання цих стратегій 1-м гравцем.

Таким чином, коефіцієнт $\propto$ характеризує можливості 1-го гравця по аналізу застосовуваних 2-м гравцем чистих стратегій. В подальшому будемо називати $\propto$ параметром підслідковування 1-го гравця.

Використовуючи введені позначення (3.2.4) і (3.2.5) та враховуючи (3.2.1) перетворимо вираз (3.1.10), (3.1.12) і (3.1.13) до вигляду

$$M = \frac{\propto A_{max}\eta_1^2 - (\propto A_{max} - \beta\alpha_{11} + \alpha_{22})\eta_1 + \alpha_{22}}{1 + (\beta - 1)\eta_1}, \tag{3.2.8}$$

$$\eta_1^* = \frac{\sqrt{\beta\left[1\frac{(1+\beta)(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto A_{max}}\right] - 1}}{\beta - 1}, \tag{3.2.9}$$

$$M_{min} = \frac{\beta\alpha_{11} - \alpha_{22}}{\beta - 1} + 2\frac{\propto A_{max}}{(\beta-1)^2}\sqrt{\beta\left[1\frac{(1+\beta)(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto A_{max}}\right]} - \frac{\beta+1}{2}, \tag{3.2.10}$$

де

$$A_{max} = \beta(a_{11} - a_{21}) + a_{22} - a_{12}. \tag{3.2.11}$$

З отриманих виразів (3.2.8) - (3.2.11) випливає важливий висновок про те, що при фіксованому параметрі підслідковування $\propto$ рішення гри залежить від відношення $\frac{T_1}{T_2}$, а не від абсолютних значень часу однократного застосування стратегій $y_1$ та $y_2$. В результаті, при заданій матриці гри, $\eta_1^*$ і $M_{min}$ є функціями параметрів $\propto$ і $\beta$, причому 1-й гравець управляє параметром $\propto$, а 2-й гравець - параметром $\beta$.

Подальший аналіз проводиться із ціллю визначення раціональних для кожного гравця параметрів $\propto$ і $\beta$.

На рис. 3.3 наведені графіки зміни $M(\eta_1^*)$ при різних значеннях $\propto$ і $\beta$.

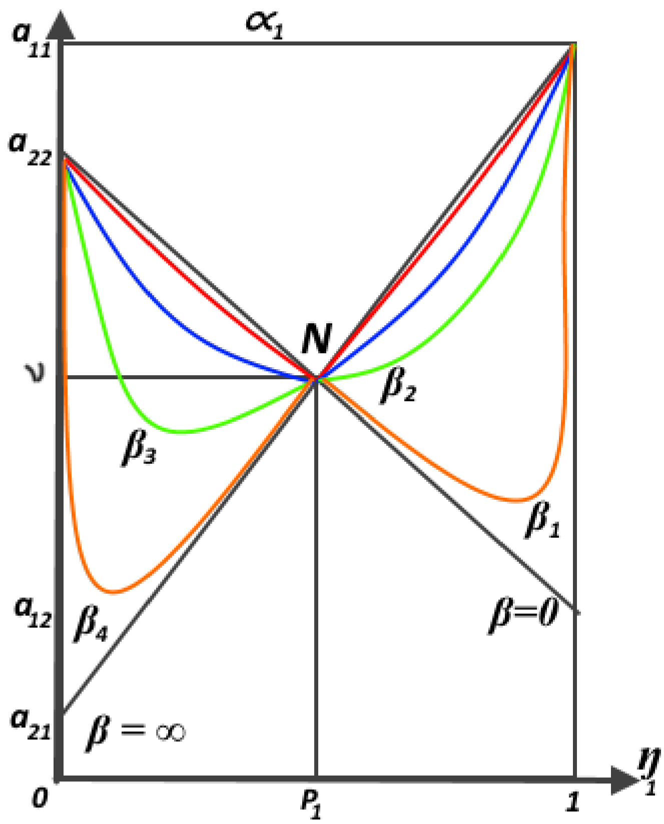



Рис. 3.3а

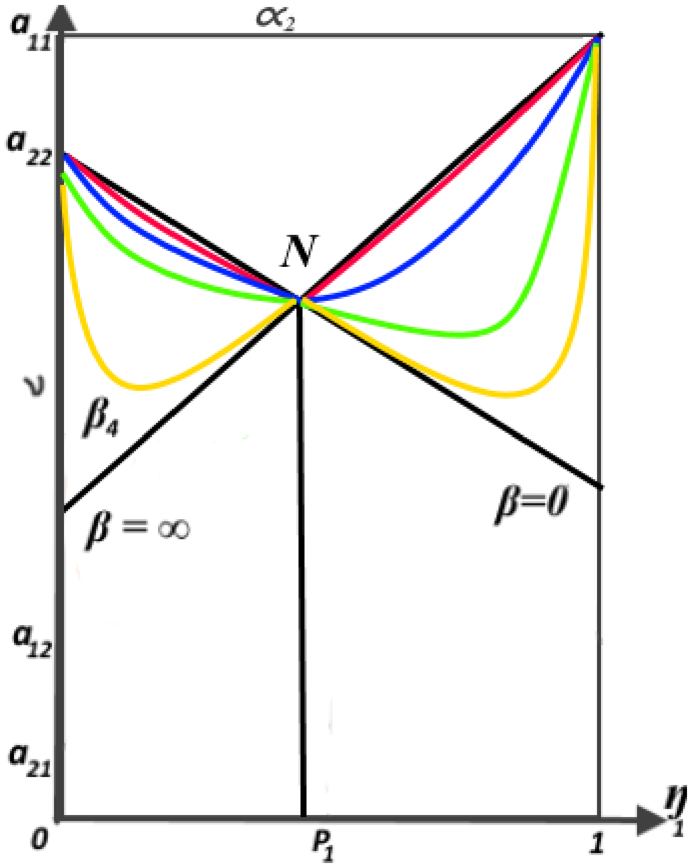



Рис. 3.3б

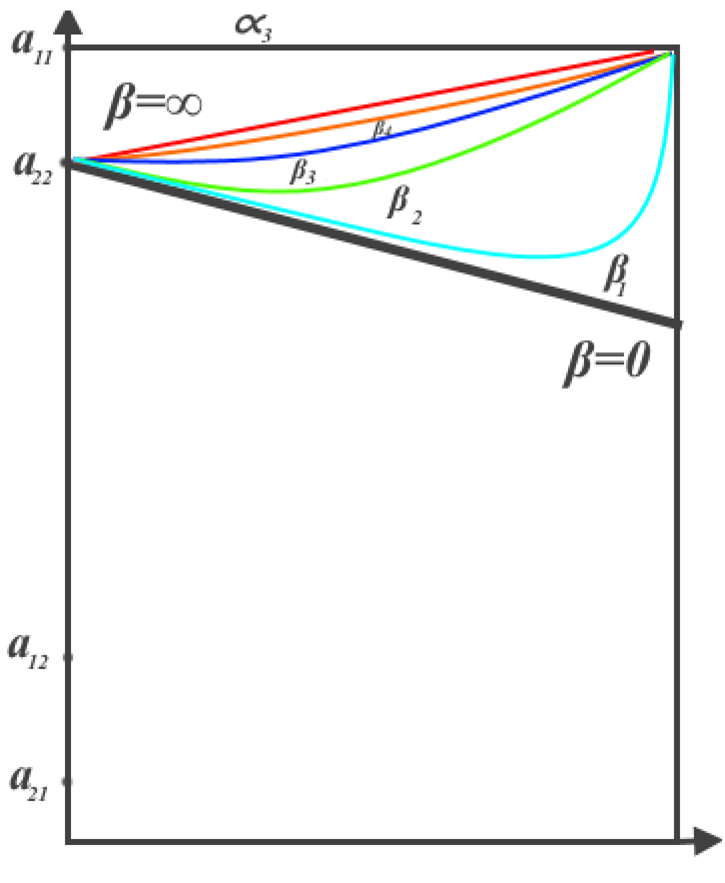



Рис. 3.3в

Рис. 3.3 Графіки змінення $M(\eta_1^*)$ при різних значеннях $\propto$ і $\beta$.

При цьому

$$\propto_1 = 1, \propto_2 < 1, \propto_3 = \frac{a_{11} - a_{22}}{a_{11} - a_{21}} < \propto_2$$

та

$$0 < \beta_1 < \beta_2 < \beta_3 < \beta_4 < \infty.$$

Як випливає з графіків, виграш $M$ змінюється залежно від $\eta_1^*$, $\propto$ і $\beta$ в широких межах від мінімального до максимального значення елементів матриці. Відхилення 2-го гравця від раціонального значення $\eta_1^*$, що забезпечує $M_{min}$, може привести до істотного збільшення виграшу 1-го гравця в порівнянні із $M_{min}$.

На графіках рис.3.3а, 3.3б характерною є точка $N$, у якій середній виграш $M$ не залежить від $\beta$, а є тільки функцією $\propto$ і $\eta_1^*$, тобто

$$M(\propto, \beta, \eta_1) = M(\propto, \eta_1).$$

Позначимо значення $\eta_1$ у точці $N$ через $\eta_\propto$ . Для визначення $\eta_\propto$ розподілу у виразі (3.2.8) прирівняємо значення $M(\eta_\propto)$ при $\beta = 0$ і $\beta = 1$, в результаті

$$\frac{\propto (\alpha_{22} - \alpha_{12})\eta_\propto^2 - [\propto (a_{22} - a_{12}) + a_{22}]\eta_\propto + a_{22}}{1 - \eta_\propto} =$$
$$= \propto (\alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12})\, \eta_\propto^2 - [\propto (\alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12}) - (a_{11} - $$
$$- a_{12})]\eta_\propto + a_{22}.$$

Після відповідних перетворень одержуємо рівняння вигляду

$$\eta_{\propto}^{2} - \frac{\propto(2\alpha_{11}-2\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12})-(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12})}\eta_{\propto} + \frac{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{22})-(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12})} = 0,$$

звідки

$$\eta_{\propto} = \frac{\alpha_{11}-\alpha_{21}-\frac{\alpha_{11}-\alpha_{21}}{\propto}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12}}. \qquad (3.2.12)$$

З (3.2.8) і (3.2.12) при

$$\eta_{\propto} = \frac{\alpha_{22}-\alpha_{21}}{\alpha_{22}-\alpha_{21}+\alpha_{11}-\alpha_{12}} = P_1$$

та

$$M(\eta_{\propto}) = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22}-\alpha_{12}\alpha_{21}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12}} = \nu,$$

що відповідає класичному рішенні гри.

З (3.2.12) та графіків рис. 3.3 випливає, що зменшення $\propto$ викликає монотонне зменшення $\eta_{\propto}$ і зростання $M(\eta_{\propto})$ до величини $\alpha_{22}$. Залежність $\eta_{\propto}(\propto)$ відповідно до (3.2.12) наведена на рис. 3.4.

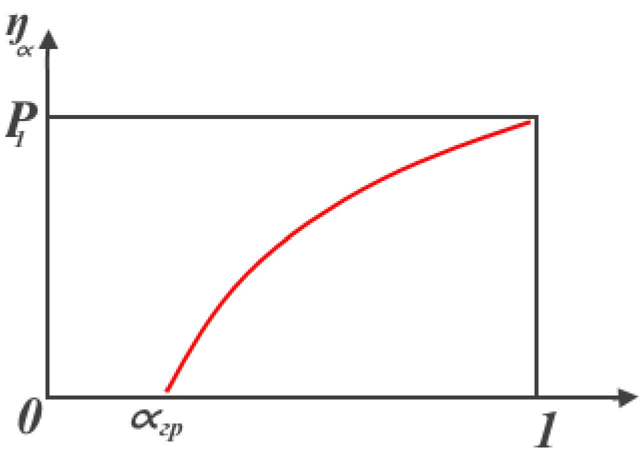



Рис. 3.4 Залежність $\eta_{\propto}(\propto)$ відповідно до виграшу

Величину $\propto$, при якій $\eta_\propto$ переходить до нуля, будемо називати граничним значенням $\propto_{гр.}$, причому

$$\propto_{гр.}= \frac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}} \tag{3.2.13}$$

Як випливає із (3.2.13), $\propto_{гр.}$ визначається тільки елементами матриці. Враховуючи (3.2.12), $\eta_\propto$ існує тільки при $\propto_{гр.} < \propto \leq 1$. Зміни середнього виграшу $M(\eta_1)$ при $\propto_1 = 1$ і $\propto_{гр.} < \propto_2 \leq 1$ наведені відповідно на рис. 3.3а і 3.3б. На рис. 3.3в показана зміна $M(\eta_1)$ при $\propto_3 = \propto_{гр.}$, аналогічно виглядають графіки $M(\eta_1)$ у випадку, коли $\propto_{min.} < \propto \leq \propto_{гр.}$

Використовуючи ( 3.2.4 ) і ( 3.2.6), запишемо вираз для $\propto_{min.}$ у вигляді

$$\propto_{min.}= \frac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\beta}}\,. \tag{3.2.14}$$

З порівняння виразів для $\propto_{min.}$ і $\propto_{гр.}$ випливає, що при $0 < \beta < \infty$ завжди $\propto_{min.} < \propto_{гр.}$

При кожному фіксованому $\propto$ в залежності від величини $\beta$ значення $\eta_1^*$ може змінюватися у всьому діапазоні можливих значень від 0 до 1. Для кожного фіксованого $\beta$ і різних $\propto$ величина $\eta_1^*$ змінюється від 0 до кінцевого значення, не перевищуючого рівень $\frac{1}{1+\sqrt{\beta}}$ , до якого прямує знизу $\eta_1^*$, коли $\propto = 1$. Зі збільшенням $\beta$ діапазон зміни $\eta_1^*$ зменшується за рахунок зменшення верхньої границі $\eta_1^*$. При визначенні $\eta_1^*$ слід розрізняти дві області зміни $\propto$:

$\propto_{гр} \leq \propto < 1$ і $\propto_{min} < \propto < \propto_{гр.}$

При $\propto < \propto_{гр}$, параметр $\beta$ може мати будь-яке значення в діапазоні $0 < \beta < \infty$. Для кожного $\propto < \propto_{гр}$ існує максимально припустиме значення $\beta_{max}$, при якому $\eta_1^*$ прямує до нуля. Значенням $\propto$ і $\beta$ при яких $\eta_1^* = 0$, відповідають

$\propto_{min}(\beta)$ і $\beta_{max}(\propto)$. Для визначення $\beta_{max}$, при заданому $\propto$ необхідно скористатися виразом (3.2.14), розв'язавши його відносно $\beta$ . В результаті одержимо

$$\beta_{max} = \frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\frac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\alpha}-\alpha_{11}+\alpha_{22}} \qquad (3.2.15)$$

Враховуючи, що при $\eta_1^* = 0$ 2-й гравець застосовує чисту стратегію $y_2$ і виграш 1-го гравця рівний $\alpha_{22}$, раціональна мішана стратегія в порівнянні із чистою стратегією забезпечує 2-му гравцеві програш нижче верхньої ціни гри. Якщо задане $\propto > \propto_{гр}$, то раціональна мішана стратегія має місце при будь-якому $\beta$. Якщо $\propto < \propto_{гр}$ то мішана стратегія можлива тільки при $\beta < \beta_{max}$.

Таким чином, умова існування раціональної мішаної стратегії може бути записана у вигляді

$$\beta < \beta_{max} = \left\{\frac{\infty}{\frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\frac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\alpha}-\alpha_{11}+\alpha_{22}}}\right\}\frac{\text{при}\propto>\propto_{гр}}{\text{при}\propto<\propto_{гр}} \qquad (3.2.16)$$

Виходячи з отриманої умови, 2-й гравець прагне до зменшення $\beta$ або за рахунок зменшення часу $T_1$ однократного застосування чистої стратегії $y_1$, або за рахунок збільшення часу $T_2$ однократного застосування чистої стратегії $y_2$, що узагальнює раніше отриману умову (3.2.3).

1-й гравець при заданому $\beta$ прагне до того, щоб одержати $\propto$ не більше $\alpha_{min}$, змушуючи 2-го гравця переходити до чистої стратегії й забезпечуючи тим самим собі виграш не нижче верхньої ціни гри.

Тому для визначення значення $\beta$, при якому $M_{min}$ максимальне, скористаємося рівністю

$$\eta_{\propto} = \eta_1^*$$

Враховуючи ( 3.2.9 ) і ( 3.2.12), одержуємо

$$\frac{\alpha_{11}-\alpha_{21}-\dfrac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\propto}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12}}=\frac{\sqrt{\beta\left[1\dfrac{(1+\beta)(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto A_{max}}\right]-1}}{\beta-1}$$

і після відповідних перетворень переходимо до рівняння 2-го порядку

$$\beta^2+\left[\frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}}+\frac{2(\alpha_{22}-\alpha_{12})+\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{21})+\alpha_{22}-\alpha_{11}}-\frac{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{21})+\alpha_{22}-\alpha_{11}}\cdot\frac{\propto}{\alpha_{11}-\alpha_{21}}\right]\beta+\frac{\propto(\alpha_{22}-\alpha_{12})+\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{21})+\alpha_{22}-\alpha_{11}}\cdot\frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}}=0.$$

Розв'язок даного рівняння має вигляд

$$\beta_m=\frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}}\cdot\frac{\propto(\alpha_{22}-\alpha_{12})+\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{21})-(\alpha_{11}-\alpha_{22})}, \qquad (3.2.17)$$

де

$\beta_m$ - значення $\beta$, при якому $M_{min}$ досягає екстремума.

Зменшення $\propto$ викликає збільшення $M_{min}$ і зсув екстремума функції $M_{min}(\beta)$ убік більших $\beta$. Залежність $\beta_m(\propto)$, отримана з формули (3.2.17), наведена на рис. 3.5.

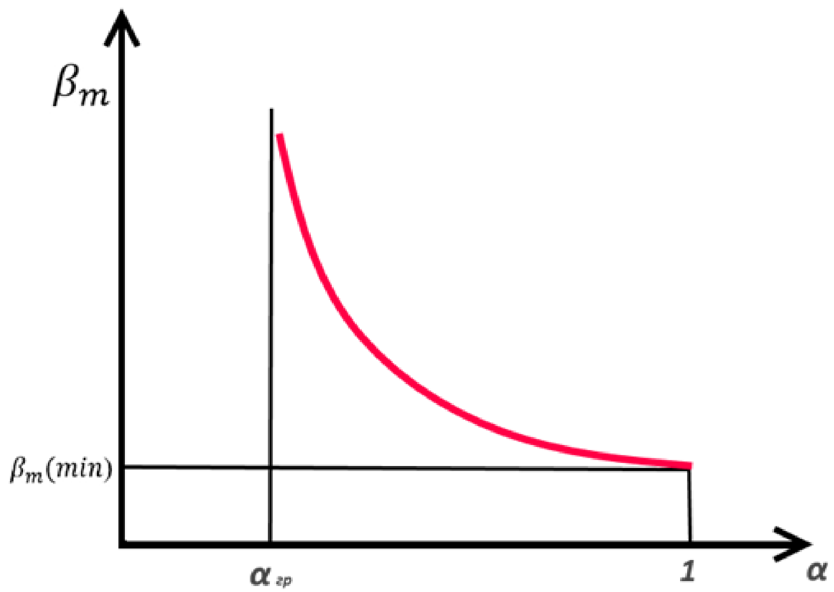


Рис. 3.5 Залежність $\beta_m(\propto)$

Приймаючи в (3.2.17) $\propto = 1$, одержуємо

$$\beta_m = \beta_{m\,min} = \frac{\alpha_{11}-\alpha_{12}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}} \cdot \frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\alpha_{22}-\alpha_{21}},$$

якщо ж $\propto = \propto_{гр}$, то $\beta_m \to \infty$.

При $\propto = \propto_{гр}$ функція $M_{min}(\beta)$ стає монотонною, наближаючись знизу до асимптоти $\alpha_{22}$, коли $\beta \to \infty$.

Значення $M_{min}$, при $\beta = 0$ визначається як

$$lim_{\beta \to 0}\, M_{min}\,(\beta) = \alpha_{22} - \propto (\alpha_{22} - \alpha_{12}), \qquad (3.2.18)$$

а при $\beta \to \infty$., як

$$lim_{\beta \to 0}\, M_{min}\,(\beta) = \alpha_{11} - \propto (\alpha_{11} - \alpha_{21}) \qquad (3.2.19)$$

причому формулою (3.2.18) можна користуватися для $\propto_{min} \leq \propto \leq 1$, тоді як формула (3.2.19) має сенс тільки при $\propto \geq \propto_{гр}$ , коли $M_{min} \leq \alpha_{22}$. При $\propto_{min} \leq \propto \leq 1$ функція $M_{min}(\beta)$ монотонна й обмежена згори значенням $\alpha_{22}$, при цьому кожному $\propto < \propto_{гр}$.відповідає $\beta_{max}$, що обчислюється за формулою (3.2.15). Змінення $\beta$ від 0 до $\beta_{max}$ викликає монотонне зростання $M_{min}$ від

$$M_{min}(\,\beta = 0) = \alpha_{22} - \propto (\alpha_{22} - \alpha_{12}) \text{ до } \alpha_{22}.$$

При зміненні $\propto$ від 1 до $\propto_{min}$ середній виграш зростає для різних $\beta$ до значення $\alpha_{22}$ .

Проведений аналіз дозволяє відпрацювати для гравців ряд рекомендацій з вибору параметрів $\propto$ і $\beta$. 2-й гравець обирає параметр $\beta$ після порівняння величин $\propto$ і $\propto_{гр}$. Якщо $\propto < \propto_{гр}$, то 2-й гравець прагне зменшувати

$\beta$ відносно $\beta_{max}$, зменшуючи тим самим виграш $M_{min}$. Якщо $\propto > \propto_{гр}$ то 2-й гравець повинен вибирати значення $\beta$, що якнайбільше відрізняються від $\beta_m$, тому що збільшення або зменшення $\beta$ відносно $\beta_m$ викликає зменшення середнього виграшу. Нехай 2-й гравець має можливість міняти значення $\beta$ від мінімального $\beta_1$ до максимального $\beta_2$. Тоді із двох граничних значень $\beta_1$ і $\beta_2$ слід вибирати при $\beta_1 \leq \beta_m$ і $\beta_2 \leq \beta_m$, значення $\beta_1$, а $\beta_1 \geq \beta_m$, $\beta_2 \geq \beta_m$ - значення $\beta_2$. Якщо $\beta_1 < \beta < \beta_2$ те необхідно вибирати те значення $\beta$, при якому середній виграш менше, тобто

$$M_{min} = min\{M_{min}(\beta_1), M_{min}(\beta_2)\}.$$

1-й гравець завжди прагне зменшувати значення $\propto$ від 1 до $\propto_{min}$. Тоді, незалежно від параметра $\beta$ він одержує середній виграш не нижче верхньої ціни гри $\alpha_{22}$.

Наведені вище рекомендації з вибору 2-м гравцем параметра $\beta$ утворюють правило, яке зручно подати у вигляді алгоритму. Для побудови алгоритму вибору параметра $\beta$ вводимо наступні оператори:

$A_1$ - обчислення граничного значення $\propto_{гр}$за формулою (3.2.13);

$P_2$ - перевірка умови $\propto < \propto_{гр}$;

$A_3$ - обчислення максимального припустимого значення $\beta_{max}$ за формулою ( 3.2.15 );

$P_4$ - перевірка умови $\beta_1 < \beta_{max}$;

$F_5$ - видача значення ймовірності застосування 2-м гравцем стратегії $y_1$ ;

$F_6$ - видача значення параметра $\beta_1$;

$A_7$ - обчислення раціонального значення $\eta_1^* (\beta)$ ймовірності застосування 2-м гравцем стратегії $y_1$ за формулою (3.2.9);

$A_8$ - обчислення значення $\beta_m$ за формулою (3.2.17 );

$P_9$ - перевірка умови $\beta_1 < \beta_m$;

$P_{10}$ - перевірка умови $\beta_2 < \beta_m$;

$A_{11}$ - обчислення мінімального середнього виграшу $M_{min}(\beta_1)$ за формулою (3.2.10);

$A_{12}$ - обчислення мінімального середнього виграшу $M_{min}(\beta_2)$ за формулою (3.2. 10);

$P_{13}$ - перевірка умови $M_1 < M_2$;

$F_{14}$ - видача значення параметра $\beta_2$ ;

$A_{15}$ - обчислення раціонального значення $\eta_1^*$ $(\beta_2)$ за формулою (3.2.9);

$Я_{16}$ - видача результатів.

Отримане значення параметра використовується для обчислення відповідного йому раціонального значення $\eta_1^*$ ймовірності застосування 2-м гравцем стратегії $y_1$ .

Блок-схема алгоритму наведена на рис. 3.6

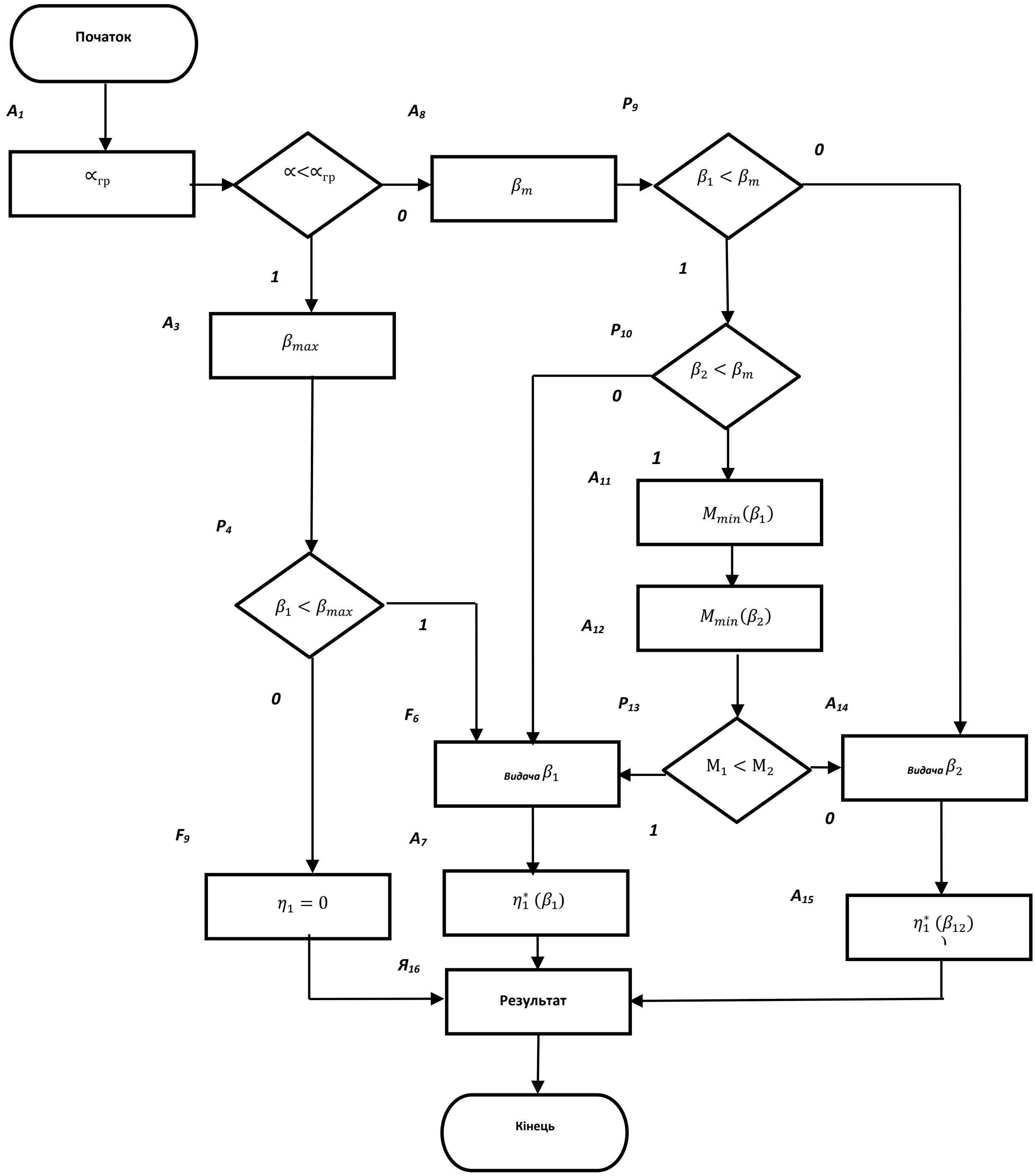



Рис. 3.6 Блок-схема алгоритму використання параметра для обчислення відповідного йому раціонального значення $\eta_1^*$ ймовірності застосування противником стратегії $y_1$

Гра з однобічним підслідковуванням при однаковому часі застосування чистих стратегій 2-м гравцем є частинним випадком розглянутої вище задачі, коли параметр $\beta = 1$. Рішення гри, що полягає у визначенні раціонального значення $\eta_1^*$ ймовірності застосування 2-м гравцем чистої стратегії $y_1$ і одержуваного при цьому 1-м гравцем мінімального середнього виграшу $M_{min}$, при підстановці значення $\beta = 1$ у вирази (3.2.9) і (3.2.10) приводить до невизначеності вигляду $\frac{0}{0}$.

Тому, для пошуку $\eta_1^*$ і $M_{min}$скористаємося виразом для середнього виграшу М при $\beta = 1$. В результаті формула (3.2.8) буде мати вигляд

$$M = \propto A_{max}\eta_1^2 - (\propto A_{max} - \alpha_{11} + \alpha_{22})\eta_1 + \alpha_{22}, \qquad (3.2.20)$$

де $A_{max} = \alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12}$

З ( 3.2.14 ) величина $\propto_{min}$ дорівнює

$$\propto_{min} = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{22}}{\alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12}}$$

і визначається тільки елементами матриці. Прийнявши в (3.2.20 )

$$\frac{dM}{d\eta_1} = 0,$$

знаходимо $\eta_1^*$, при якому $M(\eta_1)$ мінімально. В результаті

$$\eta_1^* = 0{,}5(1 - \frac{\propto_{min}}{\propto}). \qquad (3.2.21)$$

З аналізу виразу (3.2.21) випливає, що раціональне значення $\eta_1^*$ ймовірності застосування стратегії $y_1$ при заданих елементах матриці залежить від параметра $\propto$, що характеризує можливості 1-го гравця по впізнанню ним стратегій $y_1$ та $y_2$ і відрізняється від значення $q_1$ ймовірності застосування стратегії $y_1$, обумовленого класичними методами теорії ігор. Підставляючи до (3.2.20) значення $\eta_1^*$ з (3.2.21) визначимо мінімальний середній виграш 1-го гравця

$$M_{min}(\propto) = \alpha_{22} - \frac{(\propto A_{max} - \alpha_{11} + \alpha_{22})^2}{4\propto A_{max}}. \qquad (3.2.22)$$

Якщо $\propto = 1$, то

$$M_{min} = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22} - (\frac{\alpha_{12}+\alpha_{21}}{2})^2}{\alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12}} \qquad (3.2.23)$$

З порівняння виразу (3.2.23) з виразом для ціни гри в теорії ігор

$$\nu = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}}{\alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12}} \qquad (3.2.24)$$

випливає, що $M_{min}(\nu)$, якщо $\propto = 1$ і $\alpha_{12} = \alpha_{21}$

Таким чином, якщо

$$\alpha_{12} = \alpha_{21},$$

то при застосуванні 2-м гравцем раціональної мішаної стратегії Н* мінімальний середній виграш 1-го гравця буде не нижче ціни гри $\nu$ для всіх значень параметра $\propto$ в діапазоні $\propto_{min} \leq \propto \leq 1$.

Якщо ж $\alpha_{12} \neq \alpha_{21}$, то залежно від параметра $\propto$ мінімальний середній виграш 1-го гравця може бути як більше, так і менше ціни гри $\nu$.

Вирази (3.2.21) і (3.2.23) утворюють шукане рішення розглянутої гри, на яке суттєво впливає параметр $\propto$. При $\beta = 1$, коли $T_1$=$T_2$ параметр $\propto$ можна записати у вигляді

$$\propto = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{21}}{\alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12}} \cdot \frac{t_1}{T_1} + \frac{\alpha_{22} - \alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{21} + \alpha_{22} - \alpha_{12}} \cdot \frac{t_2}{T_2} = q_2 \frac{t_1}{T_1} + q_1 \frac{t_2}{T_2},$$

де обумовлені матрицею гри ймовірності $q_1$ і $q_2$ є коефіцієнтами. 1-й гравець зміною часу $t_1$ і $t_2$ прагне зменшувати параметр $\propto$ до величини $\propto_{min}$, що приводить до збільшення середнього виграшу до значення верхньої ціни гри $\alpha_{22}$. 2-й гравець шляхом зменшення часу однократного застосування стратегій $y_1$ і $y_2$ прагне збільшення параметра $\propto$ і в відповідності з досягнутим 1-м гравцем значенням $\propto$ обчислює $\eta_1^*$ за формулою (3.2.21) і реалізує отриману раціональну змішану стратегію, мінімізуючи виграш 1-го гравця. Відхилення 2-го гравця від раціональної мішаної стратегії приводить до збільшення виграшу 1-го гравця.

### 3.3. Порівняльна оцінка раціональних стратегій у випадках з однобічним підслідковуванням і без підслідковування противником засобів ТЗР

В грі без підслідковування передбачалося, що кожний гравець має інформацію про виконання умови $t_i^x > T_i^x$ і $t_j^y > T_j^y$, тобто кожний гравець знає, що противник не встигає впізнавати його чисті стратегії. У грі з однобічним підслідковуванням 1-й гравець має можливість визначати застосовувані 2-м гравцем чисті стратегії й $t_j^y < T_j^y$. Для 2-го гравця як і раніше $t_i^x > T_i^x$, але він має інформацію про можливості 1-го гравця по підслідковуванню, тобто 2-му гравцеві відома величина параметра $\propto$.

Можливий випадок, коли 2-й гравець, не знаючи параметра $\propto$, гру з однобічним підслідковуванням вважає грою без підслідковування й застосовує раціональну мішану стратегію H*, для якої з урахуванням введених в **3.2** позначень

$$\eta_1^* = \frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{A_{max}} \text{ і } \eta_2^* = \frac{\alpha_{11}-\alpha_{21}}{A_{max}}. \quad (3.3.1)$$

Нагадаємо, що

$$A_{max} = A_{max}(\beta) = \beta(\alpha_{11} - \alpha_{21}) + (\alpha_{22} - \alpha_{12}).$$

При цьому 2-й гравець припускає програти 1-му гравцеві ціну гри $\nu$ .

Необхідно визначити середній виграш 1-го гравця в умовах, коли він здійснює підслідковування, а 2-й гравець реалізує раціональну мішану стратегію для гри без підслідковування.

Для рішення поставленої задачі у грі з однобічним підслідковуванням у формулу для середнього виграшу

$$M(\eta_1, \propto, \beta) = \frac{\propto A_{max}\eta_1^2 - (\propto A_{max} - \alpha_{11} + \alpha_{22})\eta_1 + \alpha_{22}}{1 - (\beta - 1)\eta_1}$$

підставимо $\eta_1^*(\beta)$ для гри без підслідковування. У результаті одержимо

$$M(\eta_1^*, \propto, \beta) = M(\propto) = \alpha_{22} + (\alpha_{11} - \alpha_{22})q_1 - \propto (\alpha_{11} - \alpha_{21})q_1 , \quad (3.3.2)$$

де

$q_1$ - постійний коефіцієнт, що характеризує ймовірність застосування чистої стратегії $y_1$ в класичній теорії ігор.

З аналізу виразу (3.3.2) випливає, що величина виграшу є лінійною функцією параметра $\propto$ й не залежить від величини $\beta$. Якщо 2-й гравець змінює параметр $\beta$ у відповідності з (3.3.1) та змінює $\eta_1^*$, то при $\propto = const$ величина середнього виграшу $M$ залишається постійною, що є характерною рисою. Ймовірності $\eta_1^*$ розраховуються за формулою (3.3.2). Отже, в розглянутих умовах величина виграшу залежить тільки від поведінки 1-го гравця, що управляє параметром $\propto$.

Розглянемо вплив параметра $\propto$ на величину виграшу $M$.

У грі з підслідковуванням $\propto$ змінюється від

$$\propto_{min}=\frac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\beta}} \text{ до 1.}$$

Тоді у відповідності з (3.3.2)

$$M(\propto=1)=\nu. \tag{3.3.3}$$

У грі з однобічнім підслідковуванням при $\propto=1$ час впізнавання 1-м гравцем чистих стратегій $y_1$ і $y_2$ дорівнює часу їх однократного застосування, У результаті гра з однобічним підслідковуванням стає грою без підслідковування.

Величина середнього виграшу в грі без підслідковування й у грі з однобічним підслідковуванням при значенні параметра $\propto=1$ однакова й дорівнює ціні гри $\nu$, що добре узгоджується з висновками 2.2. Значенням параметра $\propto=1$ можна скористатися як ознакою переходу від одного виду гри до іншого. Якщо $\propto<1$, то має місце гра з однобічним підслідковуванням; якщо $\propto=1$, те це вже гра без підслідковування.

На рис. 3.7 наведений побудований відповідно до (3.3.2) графік $M(\propto)$. Зменшення параметра $\propto$ викликає лінійне зростання виграшу $M(\propto)$ від рівня $\nu$, тому незалежно від параметра $\beta$ завжди

$$M(\propto)\geq\nu. \tag{3.3.4}$$

Це означає, що 1-й гравець забезпечує собі виграш не нижче ціни гри $\nu$. У грі з підслідковуванням 1-й гравець прагне виконати умову

$$\propto=\propto_{min},$$

щоб забезпечити собі середній виграш $M$, що дорівнює верхній ціні гри $\alpha_{22}$. У розглянутому в даному пункті випадку

$$M(\propto) = \alpha_{22},$$

Якщо

$$\propto = \frac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}} = \propto_{\text{гр.}} \tag{3.3.5}$$

З порівняння виражень для $\propto_{min}$ і $\propto_{\text{гр.}}$ випливає, що

$$\propto_{\text{гр.}} \geq \propto_{min}$$

Тому, для забезпечення середнього виграшу $\alpha_{22}$ 1-му гравцеві досить одержати $\propto = \propto_{\text{гр.}}$

Таким чином, вимоги до параметра $\propto$ стають менш жорсткими.

Виходячи з отриманих результатів була дана порівняльна оцінка величини середнього виграшу $M(\propto)$ і ціни гри за наявністю в кожного із гравців інформації відповідно зазначеним вище умовам гри. Розглянемо, як зміниться величина середнього виграшу з появою у 2-го гравця інформації про параметр підслідковування $\propto$. Знаючи параметр $\propto$, 2-й гравець починає застосовувати раціональну мішану стратегію, при якій $\eta_1^*$ обчислюється за формулою (3.2.9). На відміну від ймовірності $\eta_1^*$ у грі без підслідковування введемо для $\eta_1^*$ у грі з підслідковуванням позначення $\eta_1^{**}$. При переході від $\eta_1^*$ до $\eta_1^{**}$ середній виграш 1-го гравця змінюється на величину

$$\Delta M(\propto,\beta) = M(\propto) - M_{min}(\propto,\beta) = \alpha_{22} + (\alpha_{11} - \alpha_{22})q_1 - \propto (\alpha_{11} - \alpha_{21})q_2 - \frac{\beta\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\beta-1} - 2\frac{\propto A_{max}}{(\beta-1)^2}\left(\sqrt{\beta}\left[1 + \frac{(1-\beta)(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto A_{max}}\right] - \frac{\beta+1}{2}\right).$$

Аналіз отриманого виразу показує, що

$$\Delta M(\propto,\beta) > 0 \text{ при } M(\propto) \leq \alpha_{22} \text{ і } M_{max}(\propto,\beta) \leq \alpha_{22}.$$

Це означає, що середній виграш 1-го гравця зменшується. Можливий випадок, коли

$$\eta_1^* = \eta_1^{**}, \tag{3.3.6}$$

тобто раціональні значення ймовірності застосування стратегії $y_1$ в грі без підслідковування й з підслідковуванням однакові й

$$M(\propto) = M_{min}(\propto,\beta).$$

Підставляючи до (3.3.6) вирази (3.3.1) і (3.2.9) для $\eta_1^*$ і $\eta_1^{**}$, отримуємо

$$\frac{\alpha_{22}-\alpha_{11}}{A_{max}} = \frac{\sqrt{\beta}[1+\frac{(\beta-1)(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto A_{max}}]-1}{\beta-1},$$

звідки параметри $\propto$ і $\beta$, що забезпечують виконання умови (3.3.6) зв'язані між собою залежністю

$$\beta = \beta(\propto) = \frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}} \cdot \frac{\propto(\alpha_{22}-\alpha_{12})+\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\propto(\alpha_{11}-\alpha_{21})-(\alpha_{11}-\alpha_{22})}.$$

З введенням формули (3.2.17) отриманий вираз для $\beta(\propto)$ відповідає вже відомому виразу для $\beta_m$. Отже,

$$\beta(\propto) = \beta_m.$$

При цьому $\propto$ і $\beta$ змінюються у діапазоні

$$\frac{\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}} = \propto_{\text{гр.}} < \propto < 1 \text{ і } \frac{\alpha_{11}-\alpha_{12}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}} \cdot \frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\alpha_{22}-\alpha_{21}} = \beta_{m\,min} < \beta < \infty.$$

Таким чином, якщо при даному $\propto$ параметр $\beta(\propto)$ приймає значення $\beta_m$, то раціональні стратегії 2-го гравця в грі без підслідковування й з підслідковуванням однакові й виграш 1-го гравця $M_{min}(\beta_m)$досягає свого максимального значення $M(\propto)$.

Пряма $M(\propto)$ утворена максимальними значеннями $M_{min}(\beta_m)$, де $\beta_m = \beta(\propto)$ і відповідає максимально досягнутим 1-м гравцем виграшам для відповідних коефіцієнтів підслідковування $\propto$. Повертаючись до випадку коли в грі з підслідковуванням 2-й гравець реалізує раціональну для гри без підслідковування стратегію Н*, середній виграш 1-го гравця незалежно від величини параметра $\beta$ досягає максимально можливого для даного $\propto$ значення $M(\propto)$, в окремому випадку, коли $\beta = 1$ різниця $\Delta M(\propto)$ записується у вигляді

$$\Delta M(\propto) = M(\propto) - M_{min}(\propto) = [(\alpha_{11} - \alpha_{22}) - \propto (\alpha_{11} - \alpha_{21} - \alpha_{22} + \alpha_{12})]^2 \geq 0.$$

Звідки $M(\propto) > M_{min}(\propto)$ для всіх $\propto$ у діапазоні від $\propto_{min}$ до 1, крім

$$\propto = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{22}}{\alpha_{11} - \alpha_{22} - (\alpha_{21} - \alpha_{12})},$$

при якому $\Delta M = 0$.

Оскільки $\propto < 1$, то для елементів матриці повинна виконуватися умова

$$\alpha_{12} > \alpha_{21}$$

Якщо ця умова виконується, то для такої матриці існує $\propto$, при якому

$$M(\propto) = M_{min}(\propto).$$

Якщо ж в матриці

$$\alpha_{12} < \alpha_{21},$$

то завжди

$$M(\propto) > M_{min}(\propto)$$

Таким чином, по співвідношенню елементів $\alpha_{12}$ і $\alpha_{21}$ можна охарактеризувати зміну виграшу $M_{min}(\propto)$ відносно $M(\propto)$.

У загальному випадку, коли $\beta(\propto) \neq \beta_m$ , 2-й гравець при відомому параметрі $\propto$ переходить від $\eta_1^*$ до $\eta_1^{**}$ і зменшує виграш 1-го гравця на величину $\Delta M(\propto, \beta)$, використовуючи сім'ю залежностей $M_{min}(\beta)$ при різних фіксованих $\propto$, відповідно до формули (3.2.10) будуємо сім'ю залежностей $M_{min}(\propto)$. при різних фіксованих $\beta$ (рис.3.7). На отриманих графіках наглядно видно змінення $M_{min}(\propto)$. відносно $M(\propto)$ і $\nu$ для відповідного $\beta = const$. При $\beta = \beta_{m\,min}$ для всіх $\propto$ у діапазоні $\propto_{min}$<$\propto$< 1 отримуємо, що

$$\nu < M_{min}(\propto) < M(\propto), \text{ і } \nu = M_{min}(\propto) = M(\propto).$$

коли $\propto = 1$ (точка А, рис. 3.7а).

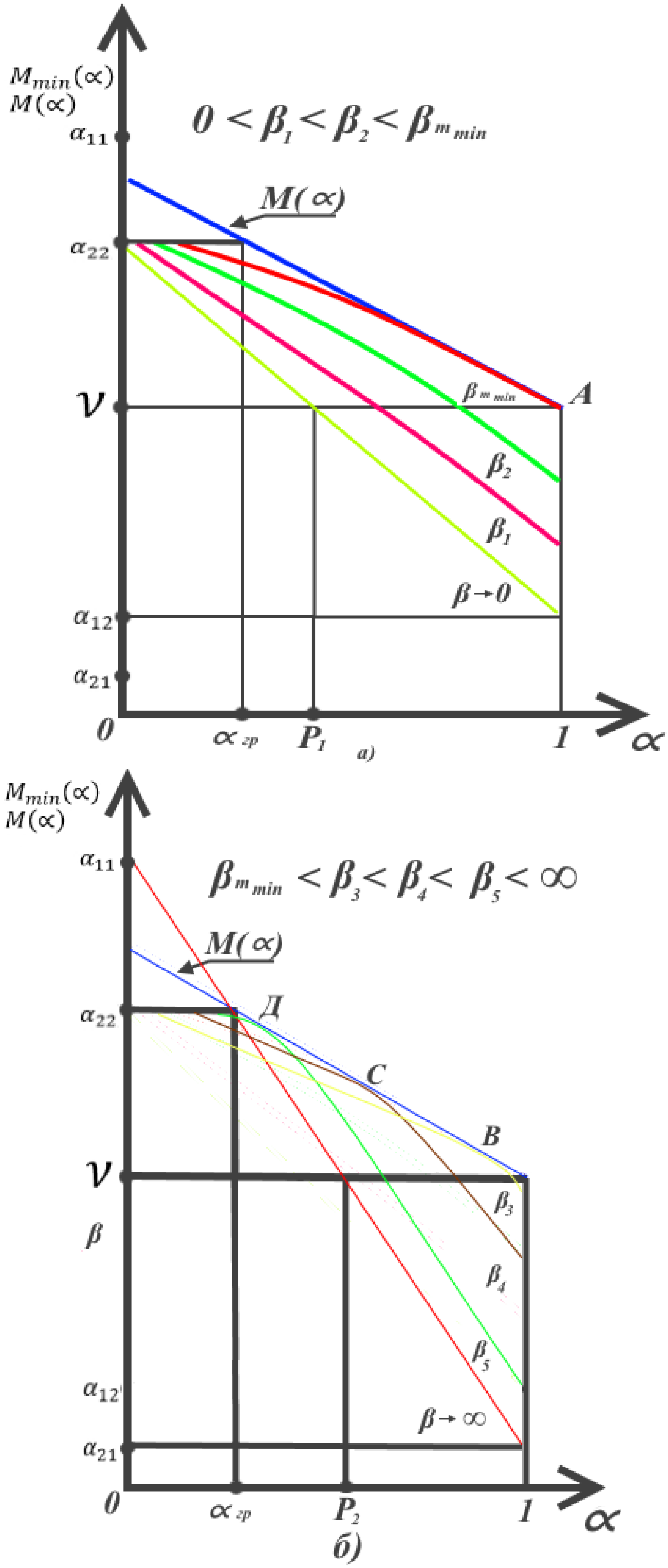



Рис. 3.7 Залежність $M_{min}(\propto)$. при різних фіксованих $\beta$

Тому у випадку підслідковування 1-й гравець завжди буде мати виграш не нижче ціни гри $\nu$.

Для $\beta < \beta_{min}$ завжди $M_{min}(\propto) < M(\propto)$, якщо $\beta > \beta_{m\,min}$, то $M(\propto) > M_{min}(\propto)$ для всіх $\propto$, крім

$$\propto = \propto(\beta) = (\alpha_{11} - \alpha_{22})\frac{\beta(\alpha_{11}-\alpha_{21})+\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\beta(\alpha_{11}-\alpha_{21})^2-(\alpha_{22}-\alpha_{12})^2},$$

при якому $\beta(\propto)$ перетворюється в $\beta_m$ і $M_{min}(\propto) = M(\propto)$ (точки В, С, Д рис. 3.7б).

Порівнявши значення $M_{min}(\propto)$ і $M(\propto)$, переходимо до порівняння $M_{min}(\propto)$ і $\nu$. Якщо для $\beta = \beta_{m\,min}$ при будь-якому значенні параметра $\propto$ справедливо виконання умови $M_{min}(\propto) \geq \nu$, то для $\beta \neq \beta_{m\,min}$ середній виграш 1-го гравця може бути як більше, так і менше ціни гри $\nu$.

Позначимо значення $\propto$ і $\beta$, при яких

$$M_{min}(\propto, \beta) = \nu,$$

через $\propto_\nu$ і $\beta_\nu$. Для визначення функціональної залежності между $\propto_\nu$ і $\beta_\nu$ використовуємо умову

$$M_{min}(\propto_\nu, \beta_\nu) = \nu,$$

яка з урахуванням вираження (3.2.10) и (3.2.24) записується в вигляді

$$\frac{\beta\alpha_{11}-\alpha_{22}}{\beta-1} + 2\frac{\propto A_{max}}{(\beta-1)^2}\left(\sqrt{\beta}\left[1 + \frac{(\beta-1)(\alpha_{11}-\alpha_{22})}{\propto A_{max}}\right] - \frac{\beta+1}{2}\right) = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22}-\alpha_{12}\alpha_{21}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12}}.$$

Після відповідних перетворень переходимо до рівняння 2-го ступеня щодо $\propto$.

$$A_{max}{}^2 \propto^2 - 2A_{max}[\beta(\alpha_{11} - \nu) + (\alpha_{22} - \nu)] \propto -[\beta(\alpha_{11} - \nu) - (\alpha_{22} - \nu)]^2 = 0$$

Рішенню гри задовольняє корінь

$$\propto_\nu = \frac{\beta(\alpha_{11}-\nu)+\alpha_{22}-\nu+2\sqrt{\beta(\alpha_{11}-\nu)(\alpha_{22}-\nu)}}{A_{max}}. \qquad (3.3.7)$$

Підставляючи в (3.3.7) значення $\nu$, одержуємо

$$\propto_\nu = \frac{[\sqrt{\beta(\alpha_{11}-}\alpha_{12})(\alpha_{11}-\alpha_{21})+\sqrt{(\alpha_{22}-\alpha_{12})(}\alpha_{22}-\alpha_{21})]^2}{[\beta(\alpha_{11}-\alpha_{21})+\alpha_{22}-\alpha_{12}](\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12})} \qquad (3.3.8)$$

Граничні значення $\propto_\nu$ при $\beta \to 0$ і $\beta \to \infty$ відповідно дорівнюють

$$\propto_\nu (0) = \frac{\alpha_{22}-\alpha_{12}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12}} = P_1 \text{ і}$$

$$\propto_\nu (\infty) = \frac{\alpha_{11}-\alpha_{21}}{\alpha_{11}-\alpha_{21}+\alpha_{22}-\alpha_{12}} = P_2 .$$

Ці ж значення $\propto_\nu$ можуть бути отримані й з виразів (3.2.18) і (3.2.19), що підтверджує вірність отриманих результатів. В відповідності з (3.3.8) $\propto_\nu$ досягає экстремума при $\beta = \beta_{m\,min}$. На рис 3.7 показана графічна залежність $\propto_\nu = \propto_\nu (\beta_\nu)$. Область, що лежить нижче кривої $\propto_\nu (\beta_\nu)$ відповідає значенням $\propto$, при яких

$$M_{min}(\propto, \beta) > \nu.$$

Для забезпечення виграшу, більшого ціни гри $\nu$, 1-й гравець при заданому $\beta$ повинен забезпечити величину параметра

$$\propto < \propto_\nu (\beta_\nu).$$

Якщо 1-му гравцеві вдається зменшити параметр $\propto$ до величини

$$\propto < min\{P_1, P_2\},$$

то він гарантує для себе виконання умови

$$M_{min}(\beta) > \nu$$

незалежно від поведінки 2-го гравця.

У результаті проведеного порівняльного аналізу рішень гри без підслідковування й з однобічним підслідковуванням можливо зробити наступні висновки.

Характер рішення суттєво залежить як від часу затримки інформації при впізнаванні гравцем застосовуваної противником чистої стратегії, так і від знання цього часу противником. Для кількісної характеристики можливостей впізнавання чистих стратегій введений узагальнений параметр підслідковування $\propto$.

(Як і раніше вважаємо, що впізнавання чистих стратегій здійснює тільки 1-й гравець). Якщо кожний із гравців не встигає пізнавати стратегію противника, то гравці керуються раціональними змішаними стратегіями $G^*$і H* для гри без підслідковування і 1-й гравець отримує середній виграш $\nu$.

При $\propto < 1$ 1-й гравець має можливість перейти до підслідковування. Однак перехід від $G^*$до підслідковування залежить від поведінки 2-го гравця, яка у свою чергу,визначається наявної в 2-го гравця інформації про величину параметра $\propto$. Якщо 2-му гравцеві параметр $\propto$ невідомий і він продовжує приміняти H*, то підслідковування дозволяє побільшати 1-му гравцеві виграш до величини

$$M(\propto) > \nu.$$

Якщо ж параметр $\propto$ відомий і 2-й гравець реалізує раціональну стратегію для гри з підслідковуванням , то 1-й гравець може перейти до підслідковування тільки за умови, що

$$M_{min}(\propto, \beta) \geq \nu.$$

Для цього він повинен забезпечити виконання умови

$$\propto < \propto_{\nu} \ (\beta),$$

на яке впливає параметр $\beta$.

Таким чином, перехід до підслідковування для 1-го гравця доцільний тільки при

$$\propto < \propto_{\nu} \ (\beta), \tag{3.3.9}$$

що і є умовою переходу до підслідковування. Щоб виключити вплив параметра $\beta$ і зробити перехід до гри з підслідковуванням обов'язковим, 1-му гравцеві необхідно мати значення параметру

$$\propto \leq \ min\{P_1, P_2\}. \tag{3.3.10}$$

Величина середнього виграшу 1-го гравця $M(\propto, \beta)$ при підслідковуванні з урахуванням виконання умови переходу до підслідковування міняється в діапазоні

$$\nu < M_{min}(\propto, \beta) < \ M(\propto).$$

Значення виграшу $M(\propto)$ при заданому $\propto$ є граничним, коли 2-й гравець користується найменш вигідною для себе стратегією $H^{*}$.

У грі без підслідковування разом зі зміною параметра $\beta$ відповідно змінюється $\eta_1^*(\beta)$ і величина середнього виграшу дорівнює $\nu$. Тому 2-му гравцеві вибір параметра $\beta$ слід проводити для випадку гри з підслідковуванням відповідно до рекомендацій в **3.2.**

Вибір параметра $\propto$ 1-й гравець повинен робити з умови забезпечення середнього виграшу, не меншого величини $\nu$. При заданому параметрі $\beta$ максимальне значення $\propto$ не повинне перевищувати величину $\propto_\nu$ $(\beta)$. Якщо параметр $\beta$ не заданий, то 1-му гравцеві слід домагатися виконання умови

$$\propto \leq min\{P_1, P_2\}.$$

Мінімальне необхідне значення $\propto$ визначається за методикою викладеною в пункті **3.2.**

Узагальнена умова переходу 1-го гравця від гри без підслідковування до гри з однобічним підслідковуванням представимо у вигляді алгоритму, що містить наступні оператори:

$A_1$ - обчислення параметра підслідковування $\propto$;

$P_2$ - перевірка умови $\propto < 1$;

$F_3$ - формування раціональної стратегії $G^*$;

$F_4$ - вибір зі значень $P_1$ і $P_2$ найменшого;

$F_5$ - перевірка умови $\propto < min\{P_1, P_2\}$;

$F_6$ - формування стратегії підслідковування;

$A_7$ - обчислення параметра $\propto_{min}$;

$P_8$ - перевірка умови$\propto < \propto_{min}$;

$A_9$ - обчислення $\propto_\nu$ ;

$P_{10}$ - перевірка умови $\propto < \propto_\nu$ ;

$F_{11}$- формування ознаки $\omega$;

де

$$\omega = \{\frac{0,\text{коли } 2 - \text{й гравець застосовує } \eta_1^*}{1,\text{коли } 2 - \text{й гравець застосовує } \eta_1^{**}};$$

$P_{12}$ - перевірка умови $\omega > 0$;

$Я_{13}$ - видача результатів.

Блок-схема алгоритму перевірки умови переходу 1-го гравця в грі з однобічним підслідковуванням наведена на рис.3.8.

Таким чином, сформульовані вище висновки є умовами переходу від гри без підслідковування до гри з підслідковуванням і рекомендаціями з вибору параметрів $\propto i\ \beta$.

Після одержання рішення гри і його аналізу переходимо до формулювання реалізації раціональної мішаної стратегії $H^*$ 2-го гравця, щоб потім одержати реалізацію стратегії підслідковування 1-го гравця. Принцип формування $H^*$ у грі з однобічним підслідковуванням і в грі без підслідковування однаковий, змінюються лише ймовірності застосування чистих стратегій $\eta_j^*$. Використовуючи позначення, прийняті при запису реалізації $i(t)$ за аналогією з формулою (2.3.1), запишемо реалізацію раціональної мішаної стратегії $H^*$ у вигляді

$$j(t) = \sum_{l=1}^{N+1} j_l \cdot [1(t - t_l) \cdot 1(t_{l+1} - t)], \tag{3.3.11}$$

де на відміну від (2.3.1)

$j_l$ - номер застосовуваної 2-м гравцем чистої стратегії при

$l$ –тому ході і

$$t_{l+1} = t_l + T_{j_l}^y \tag{3.3.12}$$

1-й гравець у процесі підслідковування застосовує чисті стратегії з тими ж номерами, що й 2 -й гравець, але при кожної черговоі зміні стратегії 2-м гравцем 1-й гравець запізнюється на час $t_i^y$, витрачаючи цей час на аналіз стратегії 2-го гравця. Тому, якщо 2-й гравець, виконуючи $l$-тий хід, у момент $t_l$ переходить до стратегії $y_{j_l}$, то 1-й гравець, також виконуючи $l$-тий хід, переходить до стратегії $x_{i_l}$, в момент

$$t_l + t_{j_l}^{y},$$

$t_{j_l}^{y}$- час аналізу 1-м гравцем стратегії з номером $j_l$

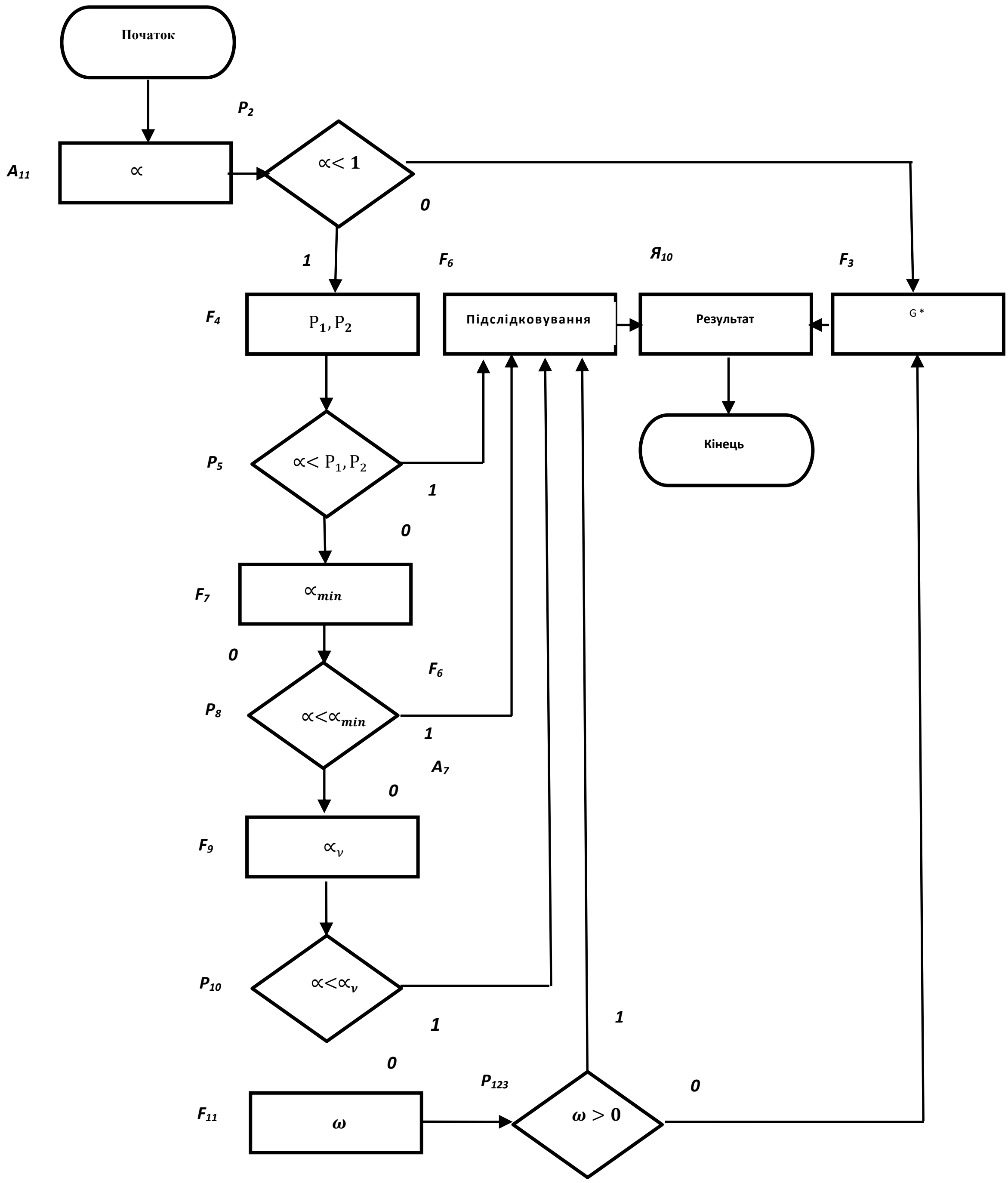


Рис. 3.8 Блок-схема алгоритму перевірки умови переходу 1-го гравця в грі з однобічним підслідковуванням

Тоді, враховуючи (3.3.11) і (3.3.12), можна записати реалізацію стратегії підслідковування 1-го гравця у вигляді

$$i(t) = i_0\left(t_{j_1}^{y} - t\right) + \sum_{l=1}^{N+1} j_l \cdot [1(t - t_l - t_{j_l}^{y}) - 1(t_{l+1} + t_{j_{l+1}}^{y} - t)], \quad (3.3.13)$$

де

$i_0$ - номер застосовуваної 1-м гравцем чистої стратегії в момент початку гри, коли 2-й гравець виконав 1-й хід;

$t_{j_1}^{y}$- час аналізу застосовуваному 2-м гравцем при 1-м ході стратегії з номером $j_1$.

При переході до функціонування складної системи ТЗР $S_1$ вираження (3.3.13) є аналітичним записом шуканого оператора управління $G_{\text{упр}}$.

## 3.4. Вплив перехідних процесів у випадку однобічного підслідковування системою управління ТЗР за застосованими противником засобами протидії на процес зміни ефективності

У розглянутій вище моделі функціонування системи $S_1$ в умовах протидії були враховані основні найбільш важливі характеристики, що показують сутність управління засобами захисту й протидії. У наведеному в **2.1** формалізованому описі процесу функціонування системи ТЗР $S_1$ не була звернена увага на ряд додаткових факторів. Так передбачалося, що при зміні протиборчими сторонами засобів захисту й протидії зміна ефективності системи відбувається миттєво. Однак у реальних умовах перехід до нового значення ефективності здійснюється відповідно до деякої функції, що описує перехідний процес зміни ефективності [96]. Вигляд зазначеної функції залежить від змін, в яких беруть участь засоби захисту й протидії.

Визначимо вплив перехідних процесів на ефективність системи $S_1$ для випадку однобічного підслідковування з боку системи ТЗР $S_1$ за застосовуваними антисистемою $S_2$ засобами протидії.

У прийнятій в **3.1** ігровій моделі функціонування системи $S_1$ розглянемо зміни виграшу $a(t)$. Будемо вважати, що для усіх змін стратегій гравців перехідні процеси аперіодичні й описуються показниковими функціями. Виходячи із суті гри з однобічним підслідковуванням, виграш $a(t)$ є випадковим процесом. На рис. 3.9 наведено одну з реалізацій випадкового процесу $a(t)$ протягом відрізка часу $T_j^y$. (Для порівняння на цьому рисунку штриховою лінією зображена реалізація сходинкового випадкового процесу $a(t)$ без врахування перехідних процесів).

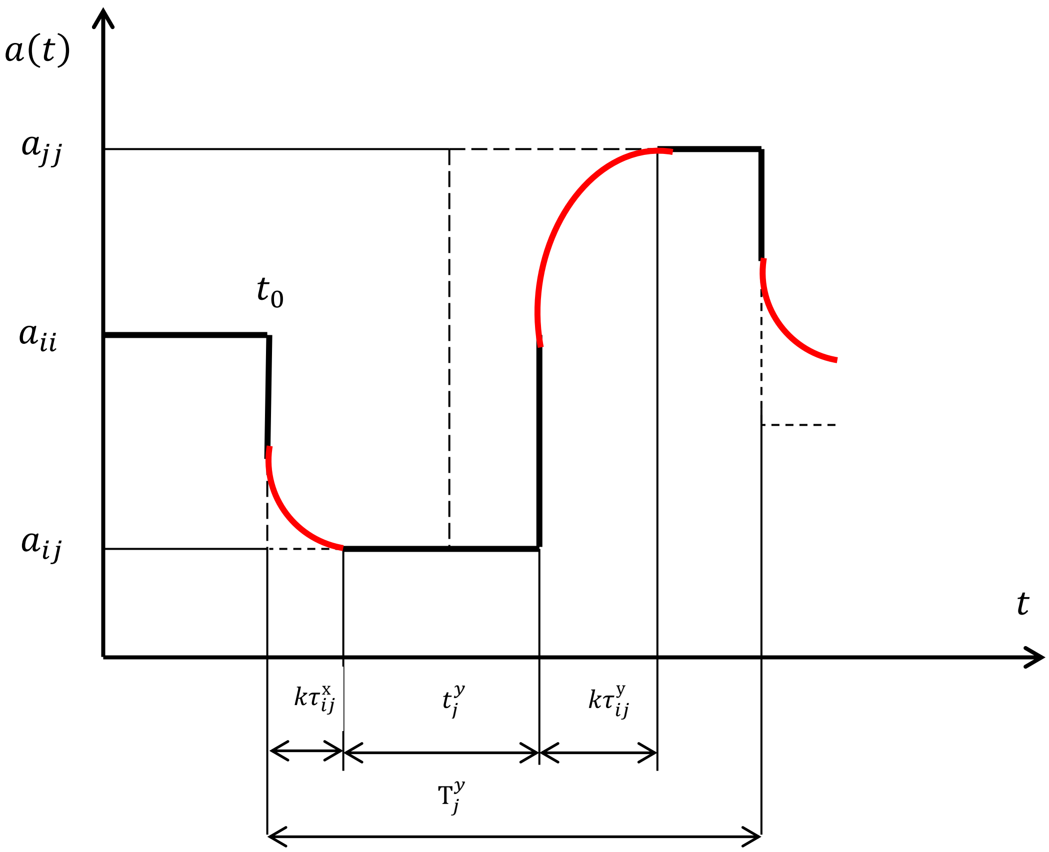



Рис. 3.9 Реалізація випадкового процесу виграшу $a(t)$ протягом

відрізка часу $\mathrm{T}_j^y$

Зміна виграшу $a(t)$ з урахуванням перехідних процесів відбувається в такий спосіб. До моменту $t_0$ гравці застосовували стратегії $x_i$; і $y_i$ і виграш дорівнював максимальному в $i$ - тому рядку матриці елементу $a_{ii}$. 2-й гравець, реалізуючи мішану стратегію $H$, у момент $t_0$ переходить до стратегії $y_j$ .
Оскільки $a_{ii} = max\, a_{ij}$,
то при $i \neq j$ виграш починає зменшуватись за законом

$$a(t) = \ a_{ij} + (a_{ii} - \ a_{ij}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{ij}}}, \tag{3.4.1}$$

де $\tau_{ij}^{\mathrm{x}}$ - постійна часу перехідного процесу при застосуванні 1-м гравцем стратегії $x_i$ і переході 2-го гравця від стратегії $y_i$ до стратегії $y_j$. Індекс $i$ показує номер стратегії 1-го гравця й номер стратегії 2-го гравця (до зміни стратегії), індекс $j$ показує номер стратегії 2-го гравця після зміни. Індекс $x$ означає, що стратегія $x_i$ не міняється.

Виходячи із прийнятого опису перехідного процесу, його тривалість дорівнює $k_\tau \tau_{ij}^{\mathrm{x}}$, де коефіцієнт $k_\tau$ вибирається в залежності від прийнятого рівня завершення перехідного процесу. Зазвичай, вважають, що $2 \leq k_\tau \leq 3$. У виразі (3.4.1) з урахуванням тривалості перехідного процесу діапазон зміни поточного значення часу $t$ дорівнює

$$t_0 < t < k_\tau \tau_{ij}^{\mathrm{x}} + t_0 \tag{3.4.2}$$

Після закінчення перехідного процесу 1-й гравець протягом часу $t_j^y$здійснює впізнавання стратегії $y_j$. У цей час

$$a(t) = \ a_{ij} \text{ при } t_0 + k_\tau \tau_{ij}^{x} < \ t < k_\tau \tau_{ij}^{x} + t_j^{y} + t_0 \qquad (3.4.3)$$

Провівши впізнавання стратегії $y_j$ 1-й гравець переходить до стратегії $x_j$. Зміна стратегії викликає зростання виграшу $a_{ij}$ до максимального в $j$-тому стовпці матриці значення $a_{jj}$ за законом

$$a(t) = \ a_{jj} - (\, a_{jj} - \ a_{ij}) e^{-\frac{t}{\tau_{ij}^{y}}}, \qquad (3.4.4)$$

де $\tau_{ij}^{y}$ - постійна часу перехідного процесу при застосуванні 2-м гравцем стратегії $y_j$ і переході 1-го гравця від стратегії $x_i$ до стратегії $x_j$. Індекс $i$ показує номер стратегії 1-го гравця до зміни стратегії. Індекс $j$ показує номер стратегії 1-го гравця (після зміни) і номер стратегії 2-го гравця. Індекс $y$ означає, що стратегія $y_j$ не міняється В цьому випадку діапазон зміни $t$ рівний

$$t_0 + k_\tau \tau_{ij}^{x} + t_j^{y} < \ t < t_0 + k_\tau \tau_{ij}^{x} + t_j^{y} + k_\tau \tau_{ij}^{y} \qquad (3.4.5)$$

Після закінчення перехідного процесу, викликаного зміною стратегії 1-го гравця, до чергової зміни стратегії 2-м гравцем величина виграшу дорівнює

$$a(t) = \ a_{jj} \text{ при } t_0 + k_\tau \tau_{ij}^{x} + t_j^{y} + k_\tau \tau_{ij}^{y} < \ t < t_0 + \tau_j^{y} \qquad (3.4.6)$$

Узагальнюючи вирази (3.4.1) - (3.4.6) і прийнявши при цьому за початок відліку часу момент $t_0$ запишемо зміну виграшу за час $\tau_j^{y}$ у вигляді:

| | | |
|---|---|---|
| $a(t) =$ | $a_{ij} + (a_{ii} - a_{ij})\, e^{-\frac{t}{\tau_{ij}^{x}}}$ | при $0 < t \le k_\tau \tau_{ij}^{х}$; |
| | $a_{ij}$ | при $k_\tau \tau_{ij}^{х} < t \le k_\tau \tau_{ij}^{х} + t_j^{y}$; |
| | $a_{jj} - (a_{jj} - a_{ij})\, e^{-\frac{t}{\tau_{ij}^{y}}}$ | при $k_\tau \tau_{ij}^{х} + t_j^{y} < t \le k_\tau \tau_{ij}^{х} + t_j^{y} + k_\tau \tau_{ij}^{y}$; |
| | $a_{jj}$ | при $k_\tau \tau_{ij}^{х} + t_j^{y} + k_\tau \tau_{ij}^{y} < t \le T_j^{y}$. |

(3.4.7)

Для наведеної в **3.1** моделі ставиться задача визначення середнього за час Т значення виграшу $M$ за умовою, що виграш накопичується відповідно з рішенням (3.4.7).

Для заданої за допомогою (3.4.7) реалізації $a(t)$ обчислимо середнє за час $T_j^{y}$ значення виграшу $a_{\text{ср}}$ за формулою

$$a_{\text{ср}} = \frac{1}{T_j^{y}} \int_0^{T_j^{y}} a(t)\, dt. \qquad (3.4.8)$$

Підставляючи до (3.4.8) значення $0(t)$ з (3.4.7), після відповідних перетворень одержуємо

$$a_{\text{ср}} = \frac{1}{T_j^{y}} [a_{ij} k_\tau \tau_{ij}^{х} + (a_{ii} - a_{ij}) \int_0^{k_\tau \tau_{ij}^{х}} e^{-\frac{t}{\tau_{ij}^{x}}} dt + a_{ij} t_j^{y} + + a_{ij}(T_j^{y} - k_\tau \tau_{ij}^{х} -$$

$$- t_j^{y}) - (a_{jj} - a_{ij}) \int_0^{k_\tau \tau_{ij}^{y}} e^{-\frac{t}{\tau_{ij}^{y}}} dt]. \qquad (3.4.9)$$

Враховуючи, що $\int_0^{k_\tau \tau} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = (1 - e^{-k_\tau})\tau$,

перетворюємо вираз (3.4.3) до виду

$$a_{\text{ср}} = \frac{1}{T_j^{y}} [a_{ij} t_j^{y} + a_{jj}(T_j^{y} - t_j^{y}) + (a_{ii} - a_{ij})(1 - e^{-k_\tau})\tau_{ij}^{y} - (a_{jj} - a_{ij}) k_\tau \tau_{ij}^{х} -$$

$$- \left(a_{jj} - a_{ij}\right)(1 - e^{-k_\tau})\tau_{ij}^{y}]. \qquad (3.4.10)$$

Далі, для визначення середнього виграшу $M$ використаємо методику, викладену в **3.1**. Відповідно до (3.1.2) і (3.1.3) можливо записати, що

$$\tilde{\alpha} = \sum_{i=1}^{m} a_{\text{ср.}}\eta_i \qquad (3.4.11)$$

Після підстановки (3.4.10) вираз (3.4.11) приймає вигляд

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{T_j^y}\left[T_j^y \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\eta_i + a_{jj}\left(T_j^y - t_j^y\right) + \sum_{i=1}^{m} S\eta_i\right], \qquad (3.4.12)$$

де

$$S = S\left(\tau_{ij}^{\text{x}}, \tau_{ij}^{y}\right) = \left(a_{ii} - a_{ij}\right)(1 - e^{-k_\tau})\tau_{ij}^{\text{x}} - \left(a_{jj} - a_{ij}\right)k_\tau\tau_{ij}^{\text{x}} - \left(a_{jj} - a_{ij}\right) x$$
$$x\,(1 - e^{-k_\tau})\tau_{ij}^{y}. \qquad (3.4.13)$$

Величина $S$ характеризує зміну площі під кривою $a(t)$ для випадку зміни виграшу з урахуванням перехідних процесів у порівнянні з випадком, коли перехідні процеси не враховуються. Підставляючи отриманий вираз для $\tilde{\alpha}$, в (3.1.4) і використовуючи формулу (3.1.3) остаточно одержуємо

$$M = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}\eta_i\eta_j a_{ij}t_j^y + \sum_{j=1}^{m}\eta_j a_{jj}\left(T_j^y - t_j^y\right) + \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}\eta_i\eta_j S}{\sum_{j=1}^{m}\eta_j T_j^y}. \qquad (3.4.14)$$

Вираз (3.4.14) дозволяє обчислювати середнє за час гри значення виграшу $M$ з урахуванням виникаючих при зміні стратегій перехідних процесів.

З порівняння виразів (3.1.9) і (3.4.14) для середнього виграшу $M$

випливає, що облік перехідних процесів змінює значення середнього виграшу 1-го гравця на величину

$$\Delta M = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}\eta_i\eta_j S}{\sum_{j=1}^{m}\eta_j T_j^y}. \tag{3.4.15}$$

Зміна $M$ викликає, у свою чергу, зміну раціональної стратегії 2-го гравця.

Розглянемо більш докладніше вплив перехідних процесів на величину середнього виграшу $M$ для гри 2 х 2. У цьому випадку вираз для $M$ з урахуванням (3.1.10) і (3.4.14) має вигляд

$$M = \frac{B\eta_1^2 - (B - T_1 a_{11} + T_2 a_{22})\eta_1 + T_2 a_{22} + \Delta S}{(T_1 - T_2)\eta_1 + T_2}, \tag{3.4.16}$$

$$\text{де } \Delta S = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} S(\tau_{ij}^{x}, \tau_{ij}^{y})\eta_i\,\eta_j. \tag{3.4.17}$$

Підставляючи до (3.4.17) вираз для $S(\tau_{ij}^{x}, \tau_{ij}^{y})$ з (3.4.13) після відповідних перетворень одержуємо

$$\Delta S = [(1 - e^{-k_\tau})(a_{11} - a_{12})\tau_{12}^{x} - k_\tau(a_{22} - a_{12})\tau_{12}^{x} - (1 - e^{-k_\tau})(a_{22} - \\ - a_{12})\tau_{12}^{y} + (1 - e^{-k_\tau})(a_{22} - a_{12})\tau_{21}^{x} - k_\tau(a_{11} - a_{21})\tau_{21}^{x} - (1 - e^{-k_\tau})(a_{11} - \\ - a_{21})\tau_{21}^{y}]\eta_1\eta_2. \tag{3.4.18}$$

Введемо позначення

$$\Delta B = [k_\tau(a_{22} - a_{12}) - (1 - e^{-k_\tau})(a_{11} - a_{12})\tau_{12}^{y} + [k_\tau(a_{11} - a_{21}) -$$
$$- (1 - e^{-k_\tau})(a_{22} - a_{21})]\tau_{21}^{x} + (1 - e^{-k_\tau})(a_{22} - a_{12})\tau_{12}^{y} + (1 - e^{-k_\tau})(a_{11} -$$
$$- a_{21})\tau_{21}^{y} \quad (3.4.19)$$

Та запишемо виразу для $\Delta S$ у вигляді:

$$\Delta S = \Delta B\eta_1(1 - \eta_1) = \Delta B{\eta_1}^2 - \Delta B\eta_1. \quad (3.4.20)$$

Підставляючи (3.4.20) у вираз (3.4.16), остаточно одержуємо

$$M = \frac{(B+\Delta B)\eta_1^2 - (B-\Delta B-T_1a_{11}+T_2a_{22})\eta_1 + T_2a_{22}}{(T_1-T_2)\eta_1+T_2}. \quad (3.4.21)$$

З аналізу отриманого для середнього виграшу виразу (3.4.21) випливає, що введення в модель перехідних процесів еквівалентно збільшенню на $\Delta B$ параметра $B$, що характеризує можливості 1-го гравця по впізнаванню ним застосовуваних 2-м гравцем стратегій, тобто еквівалентно збільшенню часів впізнавання стратегій 2-го гравця.

Постійні часу $\tau_{ij}^{x}$ й $\tau_{ij}^{y}$ входять до $\Delta B$ з ваговими коефіцієнтами $k_{ij}^{x}$й $k_{ij}^{y}$, які визначаються з виразу (3.4.19) як

$$\begin{gathered} k_{12}^{x} = k_\tau(a_{22} - a_{12}) - (1 - e^{-k_\tau})(a_{11} - a_{21}) \\ k_{21}^{x} = k_\tau(a_{11} - a_{21}) - (1 - e^{-k_\tau})(a_{22} - a_{12}) \\ k_{12}^{y} = (1 - e^{-k_\tau})(a_{22} - a_{12}) \\ k_{21}^{y} = (1 - e^{-k_\tau})(a_{11} - a_{21}). \end{gathered} \quad (3.4.22)$$

З урахуванням введених вагових коефіцієнтів вираз для $\Delta B$ приймає вигляд

$$\Delta B = k_{12}^{x}\tau_{12}^{x} + k_{21}^{x}\tau_{21}^{x} + k_{12}^{y}\tau_{12}^{y} + k_{21}^{y}\tau_{21}^{y}. \qquad (3.4.23)$$

Порівняння виразів (3.4.19) і (3.1.1 ) для $B$ і $\Delta B$ показує, що обидва вони залежать від утворюючих матрицю елементів $a_{ij}$, причому параметр $B$ є лінійною функцією часу впізнавання $t_1$ і $t_2$, а $\Delta B$ – лінійною функцією стаціонарних перехідних процесів, що дозволяє досліджувати вплив зазначених змінних на величину середнього виграшу $M$ окремо. Вираз (3.4.23) забезпечує перерахунок стаціонарних перехідних процесів еквівалентно зміненню параметра $B$, вплив якого на рішення гри досліджений в **3.2**.

Проведений аналіз дозволяє досліджувати вплив перехідних процесів на рішення гри у такий спосіб. Після завдання стаціонарних перехідних процесів і вибору коефіцієнта $k_\tau$, визначаючого рівень закінчення перехідного процесу, відповідно до (3.4.23) обчислюється значення $\Delta B$. Потім параметр $B$ збільшується на $\Delta B$ и можливості впізнавання 1-го гравця характеризуються величиною

$$B' = B + \Delta B \qquad (3.4.24)$$

Подальший аналіз впливу $B'$ на рішення гри проводиться по вже відомій методиці **(3.2)**.

Таким чином, введення в модель додаткового параметра еквівалентно зміні основного параметра моделі. Не ускладнюючи модель, можна додатковий параметр виразити через основний, що спрощує дослідження моделі й робить доступними для огляду результати дослідження, не приховуючи явищ, що відбуваються.

При цьому основний параметр стає функцією додаткового. У розглянутому в даному параграфі випадку час впізнавання є функцією стаціонарних перехідних процесів, тобто

$$t_1 = t_1(\tau_{12}^{x}, \tau_{21}^{x}) \text{ і } t_2 = t_2(\tau_{12}^{y}, \tau_{21}^{y}).$$

В окремому випадку, коли сталий час перехідних процесів однаковий й дорівнює $\tau$, вираз (3.4.19) приймає вигляд

$$\Delta B = k_\tau \tau (a_{11} - a_{21} + a_{22} - a_{12}), \qquad (3.4.25)$$

звідки з урахуванням (3.1.11) і (3.4.25) одержуємо

$$B' = (a_{11} - a_{21})(t_1 + k_\tau \tau) + (a_{22} - a_{12})(t_2 + k_\tau \tau) \quad (3.4.26)$$

З виразу (3.4.26) випливає, що при врахуванні перехідних процесів зі сталим часом $\tau$ відбувається еквівалентне збільшення часу впізнавання 1-м гравцем стратегій 2-го гравця на величину $k_\tau \tau$.

## Висновки по 3-му розділу

1. Отримані співвідношення виграшу 1-го гравця, дозволять визначити ефективність системи ТЗР, в умовах, коли система здійснює аналіз завад протягом відрізків часу переходу противника до слідкуючої стратегії, після аналізу включає захист при раціональних ймовірностях застосування завад противником, і при відсутності інформації в противника про застосовувані в цей момент системою захисту.
2. Зменшення часу 1-го гравця на впізнавання застосованих стратегій противником, викликає зменшення ймовірності застосування стратегій противника і зростання максимального виграшу.
3. Проведений аналіз дозволяє відпрацювати для гравців ряд рекомендацій з вибору параметрів підслідковування 1-го та 2-го гравця $\propto$ і $\beta$. 2-й гравець обирає параметр підслідковування застосування 1-м гравцем стратегії $\beta$ після порівняння граничних величин ($\propto$ і $\propto_{гр}$) можливостей підслідковування 1-м гравцем 2-го. Якщо $\propto < \propto_{гр}$, то 2-й гравець прагне

зменшувати $\beta$ відносно $\beta_{max}$, зменшуючи тим самим виграш $M_{min}$. Якщо $\propto > \propto_{гр}$ то 2-й гравець повинен вибирати значення $\beta$, що якнайбільше відрізняються від $\beta_m$, тому що збільшення або зменшення $\beta$ відносно $\beta_m$ викликає зменшення середнього виграшу.

4. Величина середнього виграшу в грі без підслідковування й у грі з однобічним підслідковуванням при значенні параметра підслідковування $\propto = 1$ однакова й дорівнює ціні гри $\nu$. Значенням параметра $\propto = 1$ можна скористатися як ознакою переходу від одного виду гри до іншого. Якщо $\propto < 1$, то має місце гра з однобічним підслідковуванням; якщо $\propto = 1$, те це вже гра без підслідковування.

5. У загальному випадку, коли впізнавання стратегій 1-го гравця не дорівнює мінімальному часу підслідковування $\beta(\propto) \neq \beta_m$, 2-й гравець при відомому параметрі підслідковування $\propto$ переходить до іншої стратегії і зменшує виграш 1-го гравця на величину зміни виграшу $\Delta M(\propto, \beta)$, використовуючи сім'ю залежностей $M_{min}(\beta)$ при різних фіксованих параметрів 1-го та 2-го гравців.

6. При дослідженні можливостей раціонального управління засобами захисту та протидії, розроблено метод раціональної стратегії організаційного управління в звичайних і багаторівневих структурах технічних засобів розвідки, у випадку однобічного підслідковування противником. Розроблений метод використання параметра для обчислення відповідного йому раціонального значення ймовірності застосування противником стратегії.

7. В результаті порівняння стратегій, коли кожен гравець знає, що противник не встигає впізнавати його чисті стратегії визначено порівняльну оцінку раціональних стратегій у випадках з однобічним підслідковуванням і без підслідковування противником засобів ТЗР. Розроблено метод перевірки умови переходу у випадку без підслідковування до підслідковування противником засобів ТЗР.

# РОЗДІЛ IV
# ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РОЗВІДКИ ЩО ДИСТАНЦІЙНО УПРАВЛЯЮТЬСЯ ЗА РАХУНОК ВИБОРУ ТА ОЦІНКИ АЛЬТЕРНАТИВНИХ СПОСОБІВ УПРАВЛІННЯ

## 4.1 Аналіз залежності ефективності складної системи дистанційного управління технічними засобами розвідки від часових характеристик управління

Постає питання про дослідження процесу управління засобами захисту під час радіоуправління технічними засобами та доцільності використання в системі людини-оператора. Мета – аналіз залежності ефективності складної системи дистанційного управління технічними засобами розвідки від часових характеристик управління. Отримана залежність між ефективністю системи й характеристиками управління, що дає можливість на різних етапах роботи системи по управлінню технічними засобами вирішувати різні завдання забезпечення відповідного рівня ефективності функціонування системи.

Визначення раціональних стратегій управління засобами захисту від перешкод та протидії ним $G*$ і $H^*$ для різних випадків наявності інформації в протиборчих сторін приводить до необхідності обчислення ефективності функціонування складної системи управління технічними засобами у відповідності з обраним критерієм ефективності [92]. Вирази для середнього значення ефективності $E_{\text{ср.}}$ включають у собі множини значень ефективності $E_{ij}\ (i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n})$, час однократного застосування й час впізнавання засобів захисту та протидії, тобто

$$E_{\text{ср.}} = E_{\text{ср.}}\left(E_{ij}, T_i^x, T_j^y, t_i^x, t_j^y\right).$$

Ефективності $E_{ij}$ визначаються засобами перешкод та протидії ним, що утворюють раціональні мішані стратегії. При застосуванні засобу захисту $x_{\text{i}}$ та засобу протидії $\text{y}_{\text{j}}$ ефективність системи $E_{ij}$

визначається технічними характеристиками зазначених засобів і носить статистичний характер. Час застосування й впізнавання засобів захисту й протидії є часовими характеристиками систем управління цими засобами й характеризують ефективність системи управління технічними засобами в динаміці. При управлінні технічними засобами по радіо можливо розрахувати раціональну ефективність $E_{\text{ср.}}$, це середнє значення коли при виконанні деяких функцій оператором наш технічний засіб буде спрацьовувати. Для раціональної ефективності $E_{\text{ср.}}$ значення статичних ефективностей $E_{ij}$ є граничними, причому система $S_1$ прагне досягти значення

$$E_{\text{ср}1} = min_j \; max_i \; E_{ij} \text{ при } i = \overline{1,m} \text{ та } j = \overline{1,n}$$

а система $S_2$ працює на цій же частоті й створює перешкоди і прагне знизити ефективність $E_{\text{ср.}}$ до величини.

$$E_{\text{ср}2} = max_j \; min_i \; E_{ij} \text{ при } i = \overline{1,m} \text{ та } j = \overline{1,n}.$$

Таким чином, отримана функціональна залежність між динамічною ефективністю $E_{\text{ср.}}$, множиною статичних ефективностей $E_{ij}$ й тимчасовими характеристиками засобів захисту й протидії. Існуючий функціональний зв'язок дозволяє визначити два шляхи підвищення ефективності роботи технічних засобів $E_{\text{ср.}}$ удосконалювання технічних параметрів засобів захисту й удосконалення управління засобами захисту. Відповідно розвиток засобів протидії йде по цих же напрямках.

Для оцінки якості управління засобами захисту може бути використаний наступний критерій

$$D = \frac{E_{\text{ср.}} - max_j \; min_i \; \mathrm{E_{ij}}}{min_j \; max_i \; \mathrm{E_{ij}} - max_j \; min_i E_{ij}}, \qquad (4.1.1)$$

де

$$max_j \; min_i \; E_{ij} < E_{\text{ср.}} < min_{\mathrm{j}} \; max_{\mathrm{i}} \; E_{ij} \; .$$

Запропонований критерій показує ступінь наближення раціональної ефективності $E_{\text{ср.}}$ до граничного значення $min_j\, max_i\, E_{ij}$. При $E_{\text{ср.}} < max_j\, min_i\, E_{ij}$, коли $D < 0$, управління засобами захисту стає незадовільним, і система $S_1$ змушена відмовитись від управління, переходячи до максимінного засобу захисту.

При $E_{\text{ср.}} > min_j\, max_i\, E_{ij}$, коли $D > 1$, незадовільним стає управління засобами протидії, і антисистема $S_2$ змушено застосовує мінімаксний засіб протидії. При $D > 1$ має місце надмірність якості управління засобами захисту.

Узагальнений критерій ефективності управління технічними засобами може бути виражений через виділені критерії. Одним з таких виділених критеріїв є параметр підслідковування α. Завдання підвищення якості дистанційного управління технічними засобами вирішується шляхом зменшення часу впізнавання засобів протидії відносно часу їх однократного застосування.

Загальний час впізнавання $t_i^x$ є важливою характеристикою системи управління засобами захисту. Час $t_i^x$ містить у собі:

- час перехідного процесу після зміни засобу протидії;
- час впізнавання застосовуваного засобу протидії;
- вибір засобу захисту й прийняття рішення на заміну засобу захисту;
- час включення засобу захисту;
- час перехідного процесу після зміни засобу захисту.

Впровадження моделі процесу зміни форм та способів застосування технічних засобів розвідки, що враховує раціональну мішану стратегію дистанційного управління технічних засобів розвідки можливо показати в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1.

| Кількість особового складу та ТЗР підрозділів розвідки | Усереднений час перехідного процесу після зміни засобу протидії (сек.) | Час впізнавання застосовуваного засобу протидії (сек.) | Вибір засобу захисту й прийняття рішення на заміну засобу захисту (сек.) | Час включення засобу захисту (сек.) | Усереднений час перехідного процесу після зміни засобу захисту (сек.) | Зменшення загального часу (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Зменшення особового складу на 3% | 14 | 7 | 38 | 15 | 4 | 7 |
| Штатна укомплекто-ваність особовим складом | 13 | 6,8 | 35 | 15 | 4 | 11 |
| Збільшення особового складу на 3% | 12 | 6,5 | 30 | 15 | 3 | 19 |

Вибір захисту й прийняття рішення на зміну захисту здійснюється відповідно до раціональної стратегії управління, яка може бути стратегією підслідковування або мішаною стратегією. Впізнавання засобу протидії може здійснюватись за участю або без участі людини-оператора, тобто що потрібно виконати щоб дистанційне управління технічними засобами здійснювалось при появі перешкод. При наявності в системі людини мінімально досяжний час впізнавання буде обмежений можливостями людини по аналізу засобів протидії, по виконанню нею операцій при впізнаванні, при прийнятті рішень і перехід до іншого засобу захисту. Час виконання зазначених операцій залежить від навченості оператора, від наявності досвіду роботи в подібних умовах.

Розглянемо коротко методику оцінки мінімального часу впізнавання засобів протидії.

Діяльність оператора в процесі управління засобами захисту є логічною послідовністю окремих операцій. Впізнавання засобу протидії пов'язане зі сприйняттям і декодуванням зовнішнього потоку інформації, оскільки оператор має справу не із самим засобом протидії, а з його інформаційною моделлю. У процесі впізнавання, ухвалення рішення і його здійснення оператор може виконувати цілий ряд дій моторного характеру, перевіряти логічні умови, подавати команди і т.ін. [66-69].

У таблиці 4.2, як приклад, наводяться середні значення часу, який витрачає оператор на виконання деяких операцій, що часто зустрічаються в діяльності оператора.

Таблиця 4.2.

| № з/п | Зміст операцій | середній час (с) |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1. | Сприйняття і декодування різних шкал. | 0,2 |
| 2. | Стрибкоподібна зміна напрямку спостереження. | 0,02-0,04 |
| 3. | Сприйняття умовного звукового сигналу. | 0,15 |
| 4. | Сприйняття мовної команди з n фонем. | (0,05-0,15)n |
| 5. | Переключення уваги з одного звукового сигналу на інший. | 0,17 |
| 6. | Реакція на один з n можливих сигналів (формула Хіка). | $0{,}626\ell g(1+n)$ |
| 7. | Реакція на температурний подразник. | 0,25 |
| 8. | Тривалість фіксації погляду при рішенні перспективних завдань. | 0,15-0,6 |
| 9. | Переклад одноразово сприйнятої інформації в усвідомлений стан. | 0,23 |
| 10. | Перекодування слова в образ. | 1,2-1,5 |
| 11. | Виконання логічної операції "і". | 0.6 |
| 12. | Перевірка логічних умов при керуванні й контролі для числа логічних умов n.<br>n = 1<br>n = 2<br>n = 3<br>n = 4<br>n = 5 | <br><br>3,5<br>4,5<br>6,75<br>11,5<br>21,5 |
| 13. | Простий хватальний рух руки. | 0,072 |
| 14. | Хватальний рух руки з поворотом. | 0,216 |
| 15. | Обертання руки із зусиллям. | 0,72 |

| | | |
|---|---|---|
| 16. | Переміщення руки на відстань 250 мм. | 0,072 |
| 17. | Переміщення руки на відстань більш 300мм. | 1,108 |
| 18. | Частота обертання правою (лівою) рукою (оберт/сек). | 4,84 (4) |
| 19. | Частота натиску правою (лівою) рукою (натиск/сек). | 6,68 (5,3) |
| 20. | Частота ударів правою( лівою) рукою (удар/сек). | 5-14 (8) |
| 21. | Поворот тулуба. | 0,72-1,62 |
| 22. | Нахил тулуба. | 1,26 |
| 23. | Пошук органів керування при складній реакції й числі органів 2-4. | 0,8 |
| 24. | Переміщення погляду від індикатора до органа керування при кутовому розмірі стрибка φ. | 0,25-0,04φ |

Узагальнені дані по виконанню оператором більш складних операцій наведено в таблиці 4.3

Таблиця 4.3.

| № з/п | Зміст операцій | середній час (с) |
|---|---|---|
| 1. | Пошук, сприйняття й декодування інформації при:<br>простому пульті ( 1-7 приладів);<br>пульті середньої складності (5-15 приладів);<br>складному пульті (10-30 приладів). | <br><br>0,6-3,5<br>2,5-7<br><br>5-15 |
| 2. | Ухвалення рішення на підставі:<br>1-го - 2-х логічних умов;<br>3-х - 4-х логічних умов;<br>5-ти й більш логічних умов. | <br>4,5+6,5<br>5+20<br>15+35 |
| 3. | Виконання ухваленого рішення при кількості органів керування:<br>1-10<br>7-20 | <br><br>1,5-4<br>3-7 |

| | | |
|---|---|---|
| | 15-60 | 5-10 |

Середні значення наведених у таблицях 4.1 і 4.2 – це час, який відноситься до середньо навченого оператора. Ступінь навченості оператора можна визначити за допомогою записаної в аналітичному вигляді моделі навчання

$$W(t) = W_{max} - (W_{max} - W_o)e^{-\frac{t}{t_o}} ,$$

де

$W(t)$ - рівень навченості оператора за час навчання $t$,

$W_{max}$ - максимальний рівень підготовки оператора,

$W_o$ - початковий рівень навченості оператора,

$t_o$- швидкість накопичення навичок.

Час виконання оператором якоїсь послідовності операцій $T_{оп}$, випадковий, і граничним законом розподілу цієї випадкової величини є гамма-розподіл

$$f(t_{оп}) = \begin{cases} 0 \\ \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t_{оп}} & \text{при } t_{оп} > 0 \end{cases} .$$

де

$$\alpha = \frac{M^2[T_{оп}]}{D\,[T_{оп}]}\,;\;\; \beta = \frac{M[T_{оп}]}{D\,[T_{оп}]}\;\; та\;\; M[T_{оп}] = \frac{\alpha}{\beta} .$$

При більших $\alpha$ та $\beta$ Г- розподіл прямує до нормального закону.

Якщо в процесі впізнавання засобів протидії разом з оператором використовуються технічні засоби, то загальний час виконання операцій $T_{\Sigma}$ складається з випадкового часу виконання частини операцій людиною й частини операцій - технічними засобами. Тоді, мінімально можливий час виконання операцій технічними засобами $T_{тех.}$ приймається постійним, а всі його випадкові зміни включаються в $T_{оп}$. В результаті для випадкової величини

$$T_{\Sigma} = T_{тех.} + T_{оп}$$

виходить зміщений Г – розподіл

$$f(t_\Sigma) = \begin{cases} 0 & \text{при } t_\Sigma \le T_{\text{тех.}} \\ \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (t_\Sigma - T_{\text{тех.}})^{\alpha-1} e^{-\beta(t_\Sigma - T_{\text{тех.}})} & \text{при } t_\Sigma > T_{\text{тех.}} \end{cases}.$$

В цьому випадку

$$M(t_\Sigma) = T_{\text{тех.}} + \frac{\alpha}{\beta}$$

Наведена методика оцінки величин часу впізнавання засобів протидії дозволяє вирішувати питання використання в системі людини-оператора, висувати вимоги до його навченості, робити висновки про ступінь автоматизації процесу управління засобами захисту [92, 94].

Отримана функціональна залежність між ефективністю системи й характеристиками управління дає можливість на різних етапах роботи системи вирішувати різні завдання забезпечення відповідного рівня ефективності функціонування системи:

– визначення середнього значення ефективності $E_{\text{ср.}}$, вибір і оцінка управління засобами захисту для системи, що перебуває в експлуатації $S_1$;

– прогнозування якості функціонування системи ТЗР протягом деякого періоду експлуатації, що перебуває на озброєнні;

– розробка вимог до тимчасових характеристик управління засобами захисту для забезпечення заданого рівня ефективності $E_{\text{сер.}}$ на етапі модернізацій системи;

– оцінка існуючого засобу, що й знову вводиться, захисту з урахуванням можливостей управління цим засобом, а також з обліком уже наявних засобів захисту й протидії й системи управління ними;

– подання спільних вимог до засобів захисту систем управління ними на ранніх етапах розробки та проектування системи управління технічними засобами $S_1$ і т.ін.

Залежно від завдань, які потрібно розв'язати, параметри $E_{ij}, T_i^x, T_j^y$, $t_i^x$ та $t_j^y$ можуть бути постійними або змінними. Для системи, що перебуває в експлуатації, ці параметри фіксовані, а при прогнозуванні ефективності системи вони стають функціями часу. При модернізації системи фіксованим є необхідний рівень ефективності $E_{\text{ср.}}$. На етапах проектування й розробки вимог заданими можуть бути значення $E_{\text{сер.}}$ і прогнозовані технічні й часові характеристики засобів протидії й системи управління ними.

## 4.2. Метод вибору стратегій при функціонуванні технічних засобів розвідки що дистанційно управляються

Можливий випадок, коли верхня й нижня ціна дорівнюють одна іншій й має місце гра із сідловою точкою. Такі ситуації можуть виникати, якщо антисистема $S_2$ має один засіб протидії, а система $S_1$ - один засіб захисту [98].

Розглянемо наступну задачу.

Система ТЗР $S_1$, функціонує в умовах протидії й має один засіб захисту $x_1$ (наприклад переведення для управління ТЗР на іншу частоту), а антисистема $S_2$ - один засіб протидії $y_1$ (наприклад подавлення частоти на якій ведеться управління ТЗР). У процесі функціонування система ТЗР $S_1$ може включати й виключати засіб захисту, а система $S_2$ засіб протидії. Можливі наступні варіанти дій засобів захисту й протидії на систему $S_1$

– засоби захисту й протидії виключені;
– засіб захисту включений, засіб протидії виключений;
– засоби захисту й протидії включені;
– засіб захисту виключений, засіб протидії включений.

Відповідні до перерахованих варіантів ефективності системи ТЗР $S_1$ зв'язані між собою наступними нерівностями

$$E_{00} > E_{10} > E_{11} > E_{01} \quad (4.2.1)$$

У виразі (4.2.1) індекси 1 і 0 означають відповідно застосування й незастосування засобу захисту й протидії, для кожного значення $E$ перший індекс відноситься до середовищ захисту, а другий – до засобу протидії.

Система $S_2$ має можливість включати засіб протидії на час $T_1$ і виключати його на час $T_0$, причому значення $T_0$ і $T_1$ випадкові й розподілені за законом рівномірної щільності в інтервалах

$$T_{0\,min} < T_0 < T_{0\,max} \text{ і } T_{1\,min} < T_1 < T_{1\,max} \qquad (4.2.2)$$

Система ТЗР $S_1$ може визначати поведінку антисистеми $S_2$, встановлюючи факт застосування засобу протидії за час $t_1$ і факт його відсутності - за час $t_0$.

У цих умовах для системи $S_1$, необхідно зробити вибір управління засобом захисту при періодичному застосуванні антисистемою $S_2$ засобу протидії $y_1$ коли критерієм є середнє значення ефективності $E_{\text{ср}}$ системи $S_1$, за час функціонування $T$.

Ігрова модель, що описує функціонування системи $S_1$, в умовах протидії, має такий вигляд. 1-й гравець має у своєму розпорядженні чисті стратегії $x_0$ і $x_1$, а 2-й гравець - чисті стратегії $y_0$ і $y_1$. Матриця має вигляд

$$\begin{Vmatrix} a_{00} & \alpha_{01} \\ \alpha_{10} & \alpha_{11} \end{Vmatrix}$$

і елементи матриці відповідно до ( 4.2.1) зв'язані між собою нерівностями

$$a_{00} > a_{10} > a_{11} > a_{01} \qquad (4.2.3)$$

2-й гравець має можливість здійснювати періодичну зміну стратегій, застосовуючи стратегію $y_0$ протягом часу $T_0$ і стратегію $y_1$ в перебіг часу $T_1$ Час $T_0$ і $T_1$ випадковий й розподілений за законом рівномірної щільності. 1-й гравець має можливість пізнавати застосовувані 2-м гравцем чисті стратегії $y_0$ і $y_1$ відповідно за час $t_0$ і $t_1$ 2-й гравець такої можливості не має.

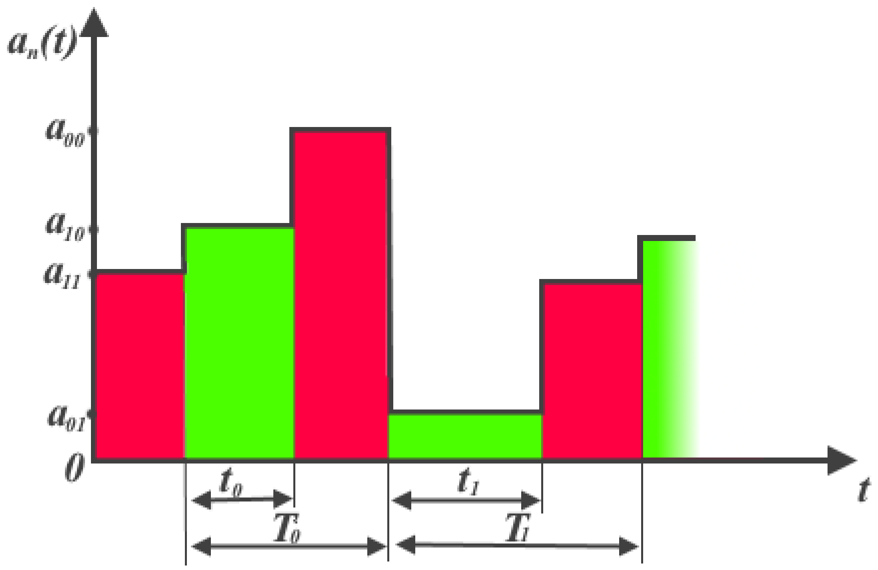
Необхідно визначити раціональну стратегію 1-го гравця, при якій його виграш за час гри $T$ буде максимальним, вважаючи, що 2-й гравець здійснює періодичну зміну стратегій $y_0$ і $y_1$.

З умови (4.2.3) випливає, що розглянута гра має сідлову точку при застосуванні гравцями стратегій $x_1$ і $y_1$.

Це означає, що рішенням гри є чисті стратегії $x_1$ і $y_1$ і ціна гри дорівнює $\alpha_{11}$.

Однак, 2-й гравець може відмовитися від такої стратегії й перейти до періодичної зміни стратегій $y_0$ й $y_1$. У цьому випадку 1-й гравець може застосовувати або чисту стратегію $x_0$, або чисту стратегію $x_1$, або однобічне підслідковування.

На рис. 4.1 показано змінення в часі виграшу 1-го гравця при зміні 2-м гравцем стратегій $y_0$ і $y_1$ для випадків застосування 1-м гравцем однобічного підслідковування (графік $\alpha_0(t)$) стратегії $x_0$ ( графік $\alpha_0(t)$) і стратегії $x_1$ (графік $\alpha_1(t)$).



а)

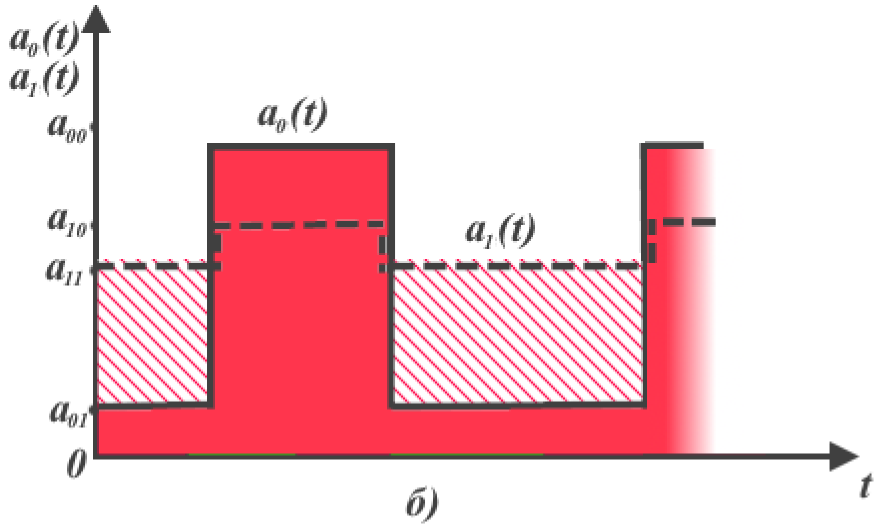



Рис. 4.1 Зміна в часі виграшу 1-го гравця при зміні 2-м гравцем стратегій $y_0$ і $y_1$ для випадків застосування 1-м гравцем однобічного підслідковування (графік $\alpha_0(t)$) стратегії $x_0$ (графік $\alpha_0(t)$) і стратегії $x_1$ (графік $\alpha_1(t)$)

При однобічному підслідковуванні вираз для середнього за час $(T_0 + T_1)$ виграш $M_n$ має вигляд:

$$M_n = a_{11} + \frac{(a_{00}-a_{11})T_0}{T_0+T_1} - \frac{(a_{00}-a_{10})t_0+(a_{11}-a_{01})t_1}{T_0+T_1}, \qquad (4.2.4)$$

де

$$t_0 = \begin{cases} t_0 & \text{при } 0 \le t_0 < T_0 \\ T_0 & \text{при } t_0 \ge T_0 \end{cases}. \quad i \quad t_1 = \begin{cases} t_1 & \text{при } 0 \le t_1 < T_1 \\ T_1 & \text{при } t_1 \ge T_1 \end{cases}.$$

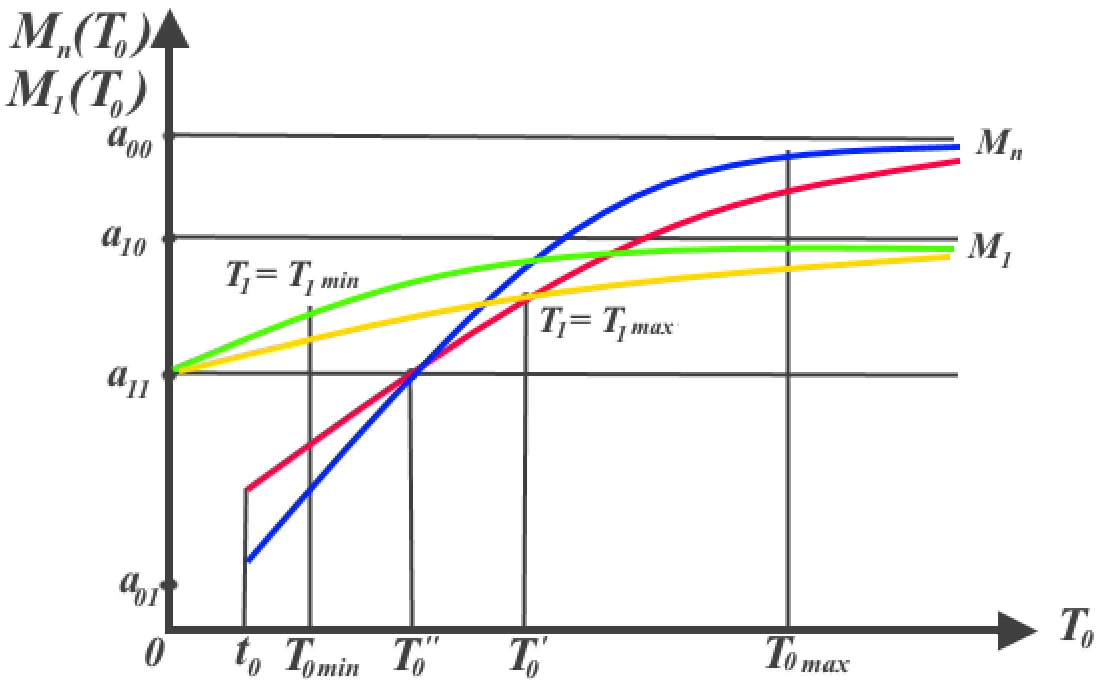
Граничними випадками для стратегії підслідковування є чисті стратегії $x_0$ і $x_1$. При $t_0 = T_0$ і $t_1 = T_1$ вираження (4.2.4) має вид

$$M_0 = a_{00} - \frac{a_{00}-a_{01}}{T_0+T_1} T_1, \qquad (4.2.5)$$

де $M_0$ є середнім виграшем 1-го гравця при застосуванні ним чистої стратегії $x_0$. При $t_0 = T_0 \quad t_1 = 0$ з виразу (4.2.4) одержуємо вираження для середнього виграшу $M_1$ при застосуванні 1-м гравцем чистої стратегії $x_1$:

$$M_1 = a_{11} + \frac{a_{10} - a_{11}}{T_0 + T_1} T_0. \qquad (4.2.6)$$

На рис. 4.2 наведені побудовані відповідно до формул (4.2.4) та (4.2.6) графіки змінень, середніх виграшів $M_n(T_0)$ і $M_1(T_0)$ при фіксованих значеннях $T_1$; графіки змінень виграшів $M_n(T_1)$ і $M_0(T_1)$ при фіксованих значеннях $T_0$.



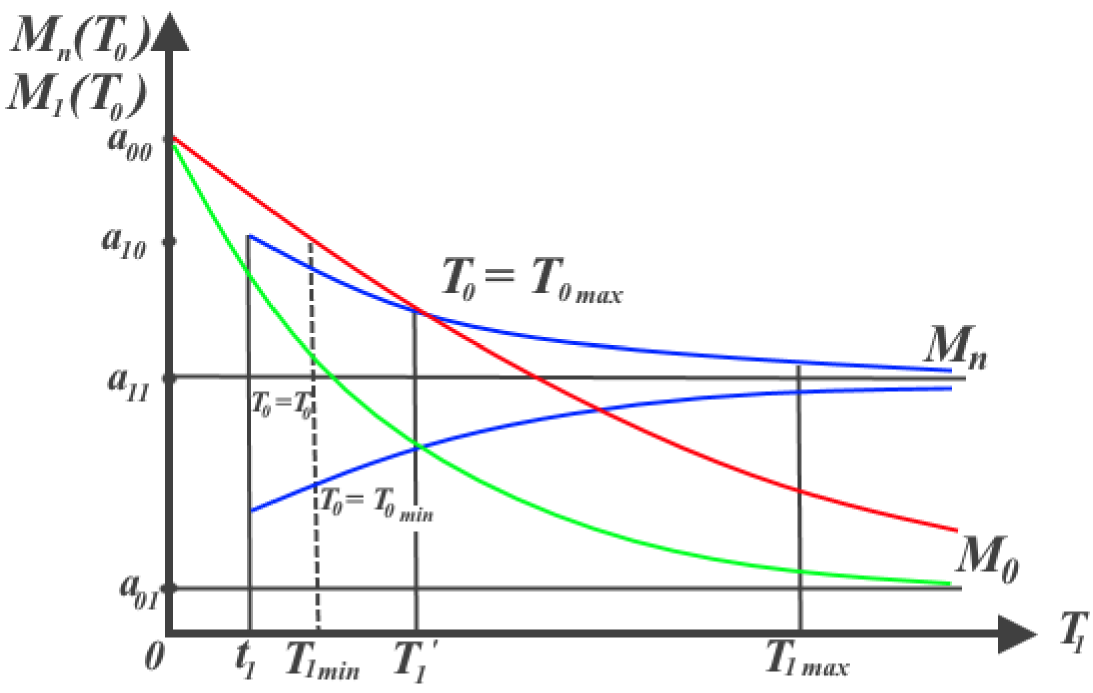



Рис. 4.2. Змінення, середніх виграшів $M_n(T_0)$ і $M_1(T_0)$ при фіксованих значеннях $T_1$; зміни виграшів $M_n(T_1)$ і $M_0(T_1)$ при фіксованих значеннях $T_0$

Порівняльний аналіз значень виграшів $M_n$, $M_0$ і $M_1$ дозволяє визначити умови застосування кожної з можливих стратегій 1-го гравця. З наведених на рис. 4.2 залежностей випливає, що $M_n > M_0$ і $M_n > M_1$ для всіх значень $T_0$ і $T_1$ в області

$$T_0 > T_0' \text{ і } T_1 > T_1' \tag{4.2.7}$$

де $T_0'$ і $T_1'$ - такі значення $T_0$ і $T_1$, при яких

$$M_1(T_0) = M_n(T_0) \tag{4.2.8}$$

для будь-якого значення $T_1$ і, відповідно,

$$M_0(T_1) = M_n(T_1) \tag{4.2.9}$$

для будь-якого значення $T_0$.

Після підстановки до (4.2.8) і (4.2.9 ) виразів для виграшів $M_n$, $M_0$ і $M_1$одержуємо

$$T_0' = t_0 + \frac{a_{11}-a_{01}}{a_{00}-a_{10}} t_1 \tag{4.2.10}$$

та

$$T_1' = t_1 + \frac{a_{00}-a_{10}}{a_{11}-a_{01}} t_0 \tag{4.2.11}$$

Порівняння виразів (4.2.10) і (4.2.11) показує, що час $T_0'$ і $T_1'$ зв'язані між собою співвідношенням

$$T_1' = hT_0', \tag{4.2.12}$$

де коефіцієнт $h$ обчислюється за формулою

$$h = \frac{a_{00}-a_{10}}{a_{11}-a_{01}} \tag{4.2.13}$$

Цей же коефіцієнт $h$ пов'язує між собою час $T_0$ і $T_1$, коли $M_0 = M_1$. З порівняння формул для $M_0$ і $M_1$ випливає, що при виконанні умови

$$hT_0 < T_1 \tag{4.2.14}$$

завжди $M_0 < M_1$. У випадку однобічного підслідковування для будь-яких значень $T_1$

$$M_n < a_{11}, \text{якщо } T_0 < T_0'', \tag{4.2.15}$$

де $T_0'$, визначається за формулою

$$T_0'' = \frac{a_{00}-a_{10}}{a_{00}-a_{11}} t_0 + \frac{a_{11}-a_{01}}{a_{00}-a_{11}} t_1. \qquad (4.2.16)$$

Порівняння виразів для $T_0'$ і $T_0''$ показує, що

$$T_0'' = \frac{a_{00}-a_{10}}{a_{10}-a_{11}} T_0' \, . \qquad (4.2.17)$$

Таким чином, з формул (4.2.4) - (4.2.6) і наведених на рис. 4.2 залежностей можна зробити наступний висновок. 1-му гравцеві слід застосовувати:

– підслідковування при одночасному виконанні умов

$$T_0 > T_0' \text{ і } T_1 > T_1',$$

– стратегію $x_0$ при одночасному виконанні умов

$$hT_0 > T_1 \;\text{ і }\; T_1 < T_1' \qquad (4.2.18)$$

– стратегію $x_1$ при одночасному виконанні умов

$$T_0 < T_0' \;\text{ і }\; hT_0 < T_1 \qquad (4.2.19)$$

2-му гравцеві доцільно здійснювати зміну стратегій тільки при $T_0 < T_0'$ і при переході 1-го гравця до підслідковування.

При поданні правила вибору стратегій 1-м гравцем у формі алгоритму перепишемо умови переходу до підслідковування у вигляді

$$T_0 > T_0' \;\text{ і } hT_0 > T_1 \text{або } T_1 > T_1' \text{ і } hT_0 < T_1, \qquad (4.2.20)$$

що дозволяє одержати досить простий алгоритм вибору стратегій. Для складання алгоритму введемо наступні оператори:

$A_1$ - обчислення коефіцієнта $h$,

$A_2$ - обчислення $hT_0$,

$P_3$ - перевірка умови $hT_0 > T_1$,

$A_4$ - обчислення $T_0'$,

$P_5$ - перевірка умови $T_0 > T_0'$,

$F_6$ - формування стратегії $x_1$,

$F_7$ - формування стратегії підслідковування,

$A_8$ - обчислення $T_1'$,

$P_9$ - перевірка умови $T_1 > T_1'$,

$F_{10}$ - формування стратегії $x_0$,

$Я_{11}$ - видача результатів.

Блок-схема алгоритму вибору стратегій 1-м гравцем наведена на рис. 4.3.

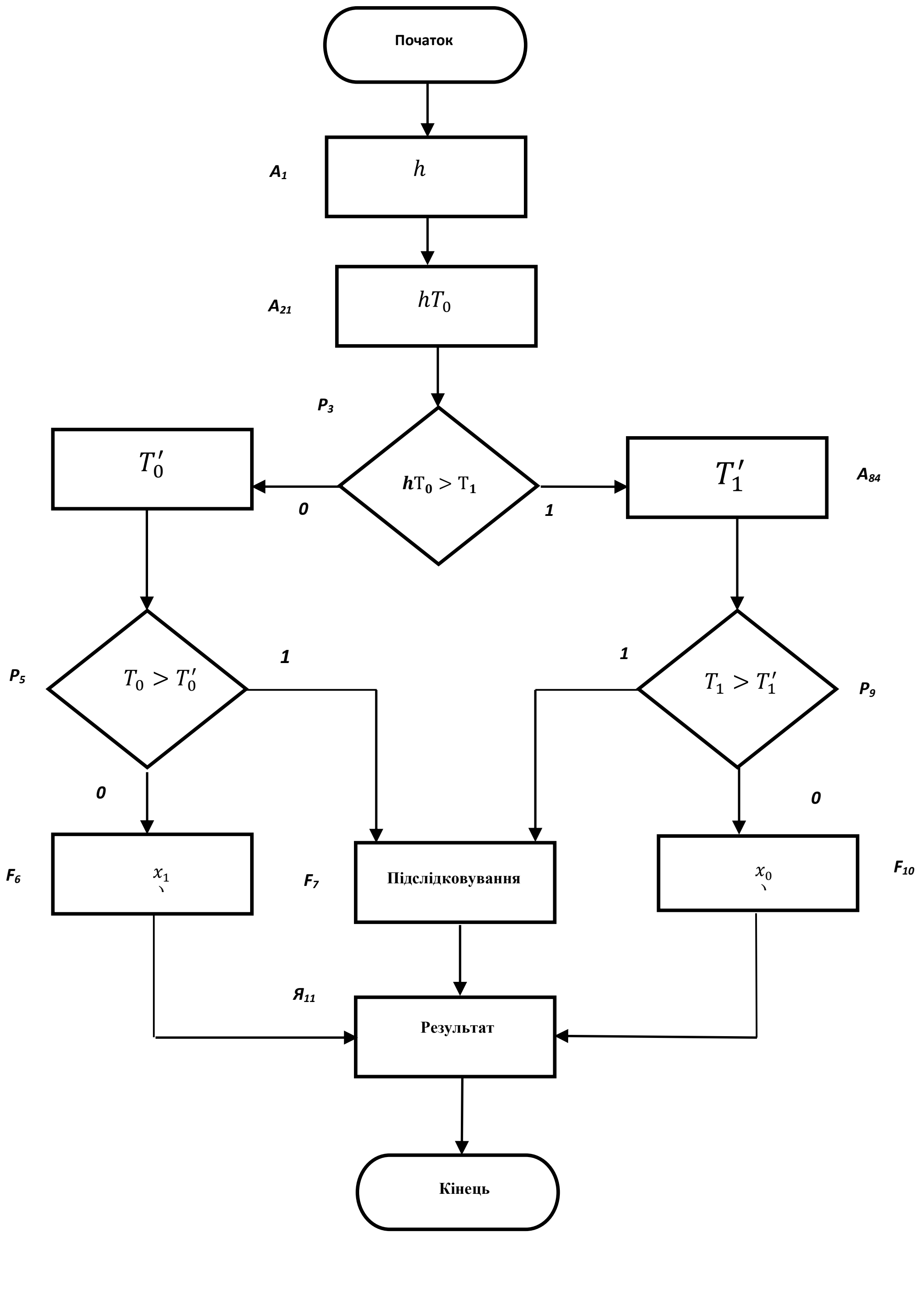



Рис. 4.3 Блок-схема алгоритму що моделює процес вибору стратегій при функціонуванні технічних засобів розвідки що дистанційно управляються

Сформульовані для 1-го гравця правила вибору стратегій отримані для фіксованих значень часу $T_0$ і $T_1$. Для випадкових величин $T_0$ і $T_1$ необхідно від порівняння виграшів $M_{0,}$ $M_1$ і $M_n$ перейти до порівняння їх середніх значень $\overline{M}_{0,}\overline{M}_1$ і $\overline{M}_n$ .Для цього складемо різниці

$$\Delta M_0 = M_n - M_0 \text{ і } \Delta M_1 = M_n - M_1 \qquad (4.2.21)$$

Підставляючи до (4.2.21) виразів (4.2.4)-(4.2.6) і враховуючи формули для $T_0'$ і $T_1'$ одержуємо

$$\Delta M_0 = (a_{11} - a_{01})\frac{T_1 - T_1'}{T_0 + T_1} \text{ і } \Delta M_1 = (a_{00} - a_{10})\frac{T_0 - T_0'}{T_0 + T_1} \qquad (4.2.22)$$

Потім, визначаємо $\Delta\overline{M}_0$ і $\Delta\overline{M}_1$, за формулам

$$\Delta\overline{M}_0 = (a_{11} - a_{01})\int_{T_{0min}}^{T_{0max}}\int_{T_{1min}}^{T_{1max}}\frac{T_1 - T_1'}{T_0 + T_1} f_0(T_0) f_1(T_1) dT_0 dT_1 \qquad (4.2.23)$$

та

$$\Delta\overline{M}_0 = (a_{00} - a_{10})\int_{T_{0min}}^{T_{0max}}\int_{T_{1min}}^{T_{1max}}\frac{T_0 - T_0'}{T_0 + T_1} f_0(T_0) f_1(T_1) dT_0 dT_1 \qquad (4.2.24)$$

Вхідні в (4.2.23 ) і ( 4.2.24) закони розподілу $f_0(T_0)$ і $f_1(T_1)$ мають вигляд:

$$f_0(T_0) = (T_{0max} - T_{0min})^{-1} \text{ і } f_1(T_1) = T_{1max} - T_{1min})^{-1} \qquad (4.2.25)$$

Якщо $\Delta\overline{M}_0 > 0$ і $\Delta\overline{M}_1 > 0$, то 1-й гравець при підслідковуванні одержує в середньому виграш більше, ніж при застосуванні стратегій $x_0$ і $x_1$. Після відповідних перетворень виразів для $\Delta\overline{M}_0$ і $\Delta\overline{M}_1$ умова переходу 1-го гравця до підслідковування записується таким чином

$$T_0' < \frac{\int_{T_{0min}}^{T_{0max}}\int_{T_{1min}}^{T_{1max}}\frac{T_0dT_0dT_1}{T_0+T_1}}{\int_{T_{0min}}^{T_{0max}}\int_{T_{1min}}^{T_{1max}}\frac{dT_0dT_1}{T_0+T_1}} \text{ і } T_1' < \frac{\int_{T_{0min}}^{T_{0max}}\int_{T_{1min}}^{T_{1max}}\frac{T_1dT_0dT_1}{T_0+T_1}}{\int_{T_{0min}}^{T_{0max}}\int_{T_{1min}}^{T_{1max}}\frac{dT_0dT_1}{T_0+T_1}} \tag{4.2.26}$$

Оскільки праві частини нерівностей у виразі (4.2.26) мають розмірність часу й містять у собі тільки час, що характеризує поведінку 2-го гравця, то для їхнього позначення введемо еквівалентний час $T_{0\text{ екв.}}$ й відповідно $T_{1\text{ екв.}}$, Тоді умова переходу 1-го гравця до підслідковування приймає вже знайомий по виразу ( 4.2.27 ) вигляд

$$T_0' < T_{0\text{ екв.}} \text{ і } T_1' < T_{1\text{ екв.}} \tag{4.2.27}$$

Після відповідних перетворень правих частин у виразі (4.2.26) час $T_{0\text{ екв.}}$і $T_{1\text{ екв.}}$ обчислюються за формулами

$$T_{0\text{ екв.}} = \frac{1}{2}\Big[(T_{0max}-T_{0min})(T_{1max}-T_{1min}) + \Big(T_{0max}^2 ln\frac{T_{0max}+T_{1max}}{T_{0max}+T_{1min}} - T_{0min}^2 ln\frac{T_{0min}+T_{1max}}{T_{0min}+T_{1min}}\Big) - \Big(T_{1max}^2 ln\frac{T_{1max}+T_{0max}}{T_{1max}+T_{0min}} - T_{1min}^2 ln\frac{T_{1min}+T_{0max}}{T_{1min}+T_{0min}}\Big)\Big] / \\ [T_{0max} ln\frac{T_{0max}+T_{1max}}{T_{0max}+T_{1min}} - T_{0min} ln\frac{T_{0min}+T_{1max}}{T_{0min}+T_{1min}} + T_{1max} ln\frac{T_{1max}+T_{0max}}{T_{1max}+T_{0min}} - \\ - T_{1min} ln\frac{T_{1min}+T_{0max}}{T_{1min}+T_{0min}}] \tag{4.2.28}$$

$$T_{1\text{ екв.}} = \frac{1}{2}\Big[(T_{0max}-T_{0min})(T_{1max}-T_{1min}) - \Big(T_{0max}^2 ln\frac{T_{0max}+T_{1max}}{T_{0max}+T_{1min}} - \\ - T_{0min}^2 ln\frac{T_{0min}+T_{1max}}{T_{0min}+T_{1min}}\Big) + \Big(T_{1max}^2 ln\frac{T_{1max}+T_{0max}}{T_{1max}+T_{0min}} - T_{1min} ln\frac{T_{1min}+T_{0max}}{T_{1min}+T_{0min}}\Big)\Big] / \\ [T_{0max} ln\frac{T_{0max}+T_{1max}}{T_{0max}+T_{1min}} - T_{0min} ln\frac{T_{0min}+T_{1max}}{T_{0min}+T_{1min}} + (T_{1max} ln\frac{T_{1max}+T_{0max}}{T_{1max}+T_{0min}} - \\ - T_{1min} ln\frac{T_{1min}+T_{0max}}{T_{1min}+T_{0min}}] \tag{4.2.29}$$

З проведення аналогічного порівняння виграшів $\bar{M}_0$ і $\bar{M}_1$ випливає, що

$$\bar{M}_0 > \bar{M}_1 < \text{при } T_{0\text{ екв.}} > T_{1\text{ екв.}}.$$

Таким чином, вибір стратегій при випадкових значеннях часу $T_0$ і $T_1$ здійснюється відповідно до отриманих раніше умов для фіксованих $T_0$ і $T_1$ з заміною значень $T_0$ і $T_1$, відповідними значеннями $T_{0\text{ екв.}}$ і $T_{1\text{ екв.}}$.

Еквівалентні часи $T_{0\text{ екв.}}$ і $T_{1\text{ екв.}}$є функціями $T_{0max}$, $T_{0min}$, $T_{1max}$, $T_{1min}$. Для визначення діапазону зміни величини $T_{0\text{ екв.}}$. скористаємося залежністю $T_{0\text{ екв.}}(T_1)$, коли $T_1$, не є випадковою величиною й

$$T_{1min} = T_{1max} = T_1.$$

Тоді вираз (4.2.29) для $T_{0\text{ екв.}}$ має вигляд

$$T_{0\text{ екв.}}(T_1) = (T_{0max} - T_{0min})(ln\frac{T_{0max}+T_1}{T_{0min}+T_1})^{-1} - T_1, \qquad (4.2.30)$$

звідки

$$T_{0\text{ екв.}}(T_1 = 0) = \frac{T_{0max}+T_{0min}}{lnT_{0max}-lnT_{0min}} \text{ і } T_{0\text{ екв.}}(T_1 = \infty) = \frac{T_{0max}+T_{0min}}{2}.$$

Таким чином, можливі значення $T_{0\text{ екв.}}$ містяться у діапазоні

$$\frac{T_{0max}-T_{0min}}{lnT_{0max}-lnT_{0min}} < T_{0\text{ екв.}} < \frac{T_{0max}+T_{0min}}{2}. \qquad (4.2.31)$$

На рис 4.5 при фіксованих значеннях $T_{0min}$ і $T_{0max}$ наведений графік залежності $T_{0\text{ екв.}}(T_1)$ користуючись яким, можна для випадкової величини

$T_1$ рівномірно розподіленої в інтервалі між $T_{0min}$ і $T_{0max}$,визначити область, у якій перебуває значення $T_{0\text{ екв.}}$.

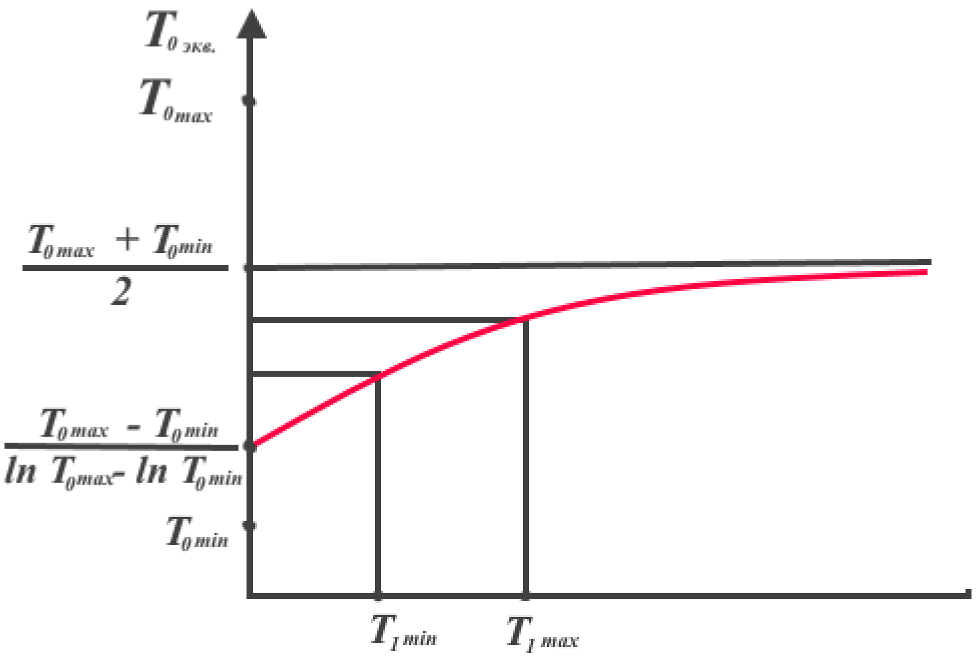


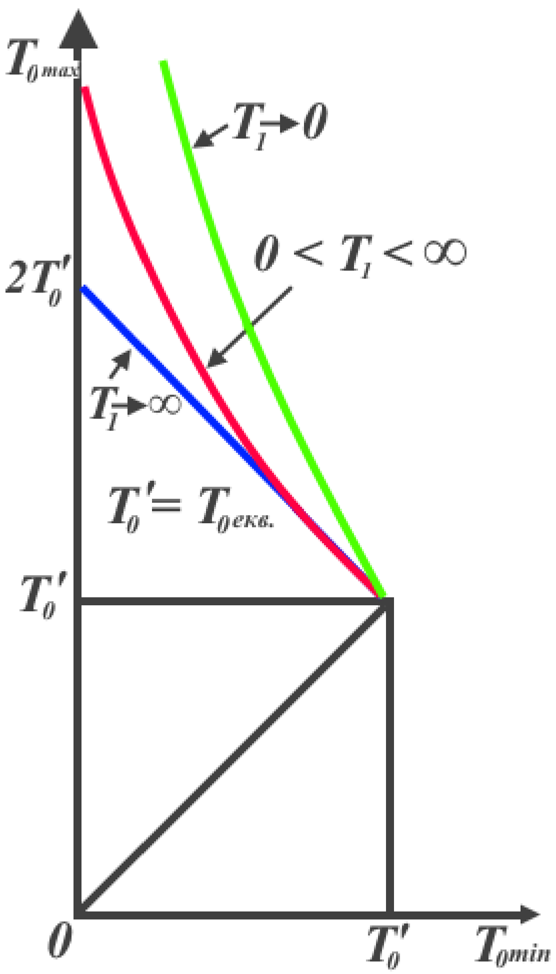

Рис 4.5 Графік залежності $T_{0\text{ екв.}}(T_1)$ ,при фіксованих значеннях $T_{0min}$ і $T_{0max}$

Обчислення $T_{0\text{ екв.}}$ проводиться для того, щоб потім порівняти його з $T_0'$ й обрати відповідну стратегію управління засобом захисту. Залежно від співвідношення часу, що входять у формулу для обчислення $T_{0\text{ екв.}}$, і часу $T_0'$ процес вибору стратегії 1-м гравцем може бути спрощено. Спочатку $T_0'$ порівняється з $T_{0min}$ і $T_{0max}$. Якщо $T_0' < T_{0min}$, то застосовується підслідковування; якщо $T_0' > T_{0max}$, то застосовується чиста стратегія $x_0$. На цьому процес вибору стратегії припиняється. Якщо $T_{0min} < T_0' < T_{0max}$, то $T_0'$ порівняється з величинами $T_{0\text{ екв.}}(T_1 = 0)$ і $T_{0\text{ екв.}}(T_1 \to \infty)$. При виконанні умови (4.2.31) слід переходити до чергового етапу порівняння $T_0'$ з $T_{0\text{ екв.}}(T_{1min})$ і $T_{0\text{ екв.}}(T_{1max})$. Тільки при $T_{0\text{ екв.}}(T_{1min}) < T_0' < T_{0\text{ екв.}}(T_{1max})$ виникає необхідність обчислення $T_{0\text{ екв.}}$ по складній формулі (4.2.28) і порівняння його з $T_0'$.

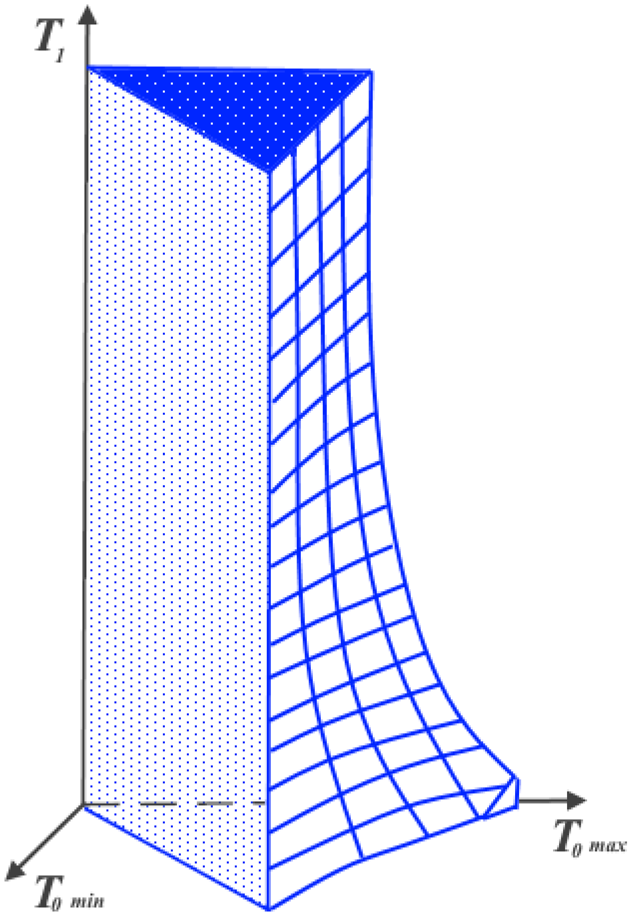
Залежність $T_{0\,\text{екв.}}(T_1)$ і всі отримані для $T_{0\,\text{екв.}}$ результати можливо використовувати й для $T_{1\,\text{екв.}}$.

При заданому часі $T_0'$ і $T_1'$ 1-й гравець за допомогою виразів (4.2.28) і (4.2.29) може визначити область значень $T_0$ і $T_1$, при яких використовується стратегія підслідковування.

На рис. 4.6а для $T_0' = T_{0\,\text{екв.}}$ наведені графіки зміни величини $T_{0min}$ і $T_{0max}$ при різних фіксованих $T_1$.




а)




б)

Рис.4.6. Зв'язок між способом застосування засобу протидії, технічними характеристиками систем $S_1$ і $S_2$ й можливостями впізнавання системи ТЗР $S_1$

При обраному $T_1$ значення $T_{0max}$ і $T_{0min}$ праворуч від кривої $T_{0max} = f(T_{0min}, T_1)$ відповідають стратегії підслідковування. Взаємний вплив часу $T_{0max}$, $T_{0min}$ і $T_1$, при фіксованому $T_{0\text{ екв.}}$ показано на рис. 4.6б, графіки для $T_{1max}$, $T_{1min}$ і $T_1$ мають аналогічний вигляд.

Проведений аналіз дозволяє здійснити вибір відповідного способу управління засобом захисту системи ТЗР $S_1$ для викладених на початку даного пункту умов.

Для системи $S_2$ час $T_{0\text{ екв.}}$ і $T_{1\text{ екв.}}$є кількісними показниками, що визначають правила застосування засобу протидії, які дають можливість робити порівняльну оцінку різних варіантів управління антисистеми. Час $T_0'$ і $T_1'$ утворені часом $t_0$ і $t_1$, які характеризують можливості впізнавання системи ТЗР $S_1$. Цей час зв'язаний між собою коефіцієнтом $h$, що враховують технічні характеристики систем $S_1$ і $S_2$. Таким чином, умова переходу системи $S_1$ до підслідковування, записується у вигляді

$$T_{0\,\text{екв.}} > t_0 + \, ht_1 \text{ і } T_{1\,\text{екв.}} > \frac{t_0}{h} + \, t_1, \tag{4.2.32}$$

Рис. 4.6 показує динамічний зв'язок між способом застосування засобу протидії, технічними характеристиками систем $S_1$ і $S_2$ й можливостями впізнавання системи ТЗР $S_1$. Для систем, що перебувають в експлуатації, системи $S_1$ і $S_2$, які входять до (4.2.32), параметри задані й за результатами перевірки умови (4.2.32) у системі $S_1$, може бути вирішене питання про можливість застосування підслідковування. При невиконанні умови (4.2.32) за результатами порівняння величин $hT_{0\,\text{екв.}}$ й $T_{1\,\text{екв.}}$ ухвалюється рішення про те, щоб засіб захисту був постійно включений або виключений. Вибір такого управління визначається поведінкою $S_2$ і технічними характеристиками систем $S_1$ і $S_2$ і не залежить від часу впізнавання $t_0$ і $t_1$, що не впливають на рішення про те, яким буде постійне управління.

При заданих технічних характеристиках систем $S_1$ і $S_2$ і способі управління засобом захисту за допомогою виразів (4.2.28) і (4.2.29) визначається область часу, що характеризують тактику управління засобами протидії, при яких зберігається існуючий спосіб управління засобами захисту. Наявна залежність способу управління засобом захисту від $T_{0\,\text{екв.}}$ й $T_{1\,\text{екв.}}$ дозволяє враховувати можливі зміни тактики застосування засобу протидії й змінювати відповідним чином спосіб управління засобом захисту.

**4.3. Методика підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки що дистанційно управляються за рахунок визначення необхідного часу впізнавання засобів протидії.**

Забезпечення заданого рівня ефективності функціонування складної системи на різних етапах її "життя" пов'язане з рішенням наступних основних питань:

– одержання аналітичного виразу для обчислення ефективності системи відповідно обраному критерію;

– аналіз отриманого виразу з метою визначення шляхів підвищення ефективності;

– введення обмежень на значення параметрів, що характеризують ефективність системи;

– визначення необхідних часових характеристик управління засобами захисту.

Вище отримані аналітичні вирази для середнього значення ефективності системи в умовах однобічного й двостороннього підслідковування й проведений їхній аналіз. У випадку однобічного підслідковування метою аналізу було визначення раціональної стратегії протидії, при цьому значення $E_{ij}$ і часові характеристики $T_j^y$ і $t_j^y$ були задані. В умовах двостороннього підслідковування при заданих стратегіях управління засобами захисту й протидії аналіз проводився з метою визначення області часу впізнавання $t_i^x$ й $t_j^y$ при яких є доцільним двостороннє підслідковування. Дослідження впливу часових характеристик управління на величину $E_{\text{ср}}$ дозволяє визначити діапазон зміни $E_{\text{ср}}$ , що, у свою чергу, дає можливість вибрати необхідне значення $E_{\text{ср}}$.

Для випадку однобічного підслідковування розглянемо методику визначення необхідного часу впізнавання $t_1$ і $t_2$, якщо число засобів протидії й відповідно засобів захисту дорівнює 2. Як випливає з **3.3** система

$S_2$ здійснює підслідковування, якщо $E_{\text{ср}} > \nu$, і система $S_1$ застосовує раціональну мішану стратегію $H^*$, якщо $E_{\text{ср}} < min\, j\, max\, i\, E_{ij}$. Будемо вважати заданими значення $E_{ij}$ й час $T_1$ і $T_2$ застосування засобів протидії $y_1$ і $y_2$. При цьому технічні характеристики систем $S_1$ і $S_2$ не змінюються. Необхідне значення ефективності $E_{\text{тр}}$ може бути задане тільки в діапазоні

$$\nu < E_{\text{тр}} < min\, j\, max\, i\, E_{ij}.$$

Прийнявши у виразі (3.1.13) $M_{min} = E_{\text{тр}}$ і розв'язавши його відносно $B$, одержимо необхідне значення параметра $B_{\text{тр}}$, яке обчислюється по формулі

$$B_{\text{тр}} = \left[\sqrt{T_1}(E_{11} - E_{\text{тр}}\right) + \sqrt{T_2}(E_{22} - E_{\text{тр}})]^2 \qquad (4.3.1)$$

Далі, відповідно до (3.1.11), від знайденого $B_{\text{тр}}$ до шуканих значень $t_1$ і $t_2$:

$$t_1(E_{11} - E_{21}) + t_2(E_{22} - E_{12}) = B_{\text{тр}}, \qquad (4.3.2)$$

де $0 < t_1 < \frac{B_{\text{тр}},}{E_{11} - E_{21}}$ і $0 < t_2 < \frac{B_{\text{тр}},}{E_{22} - E_{12}}$ (4.3.3.)

На рис. 4.7 значення $t_1$ і $t_2$, які задовольняють умову (4.3.2) і забезпечують функціонування системи з ефективністю $E_{\text{тр}}$, містяться на відрізку прямій MN, що описується рівнянням вигляду $B = B_{\text{тр}}$.

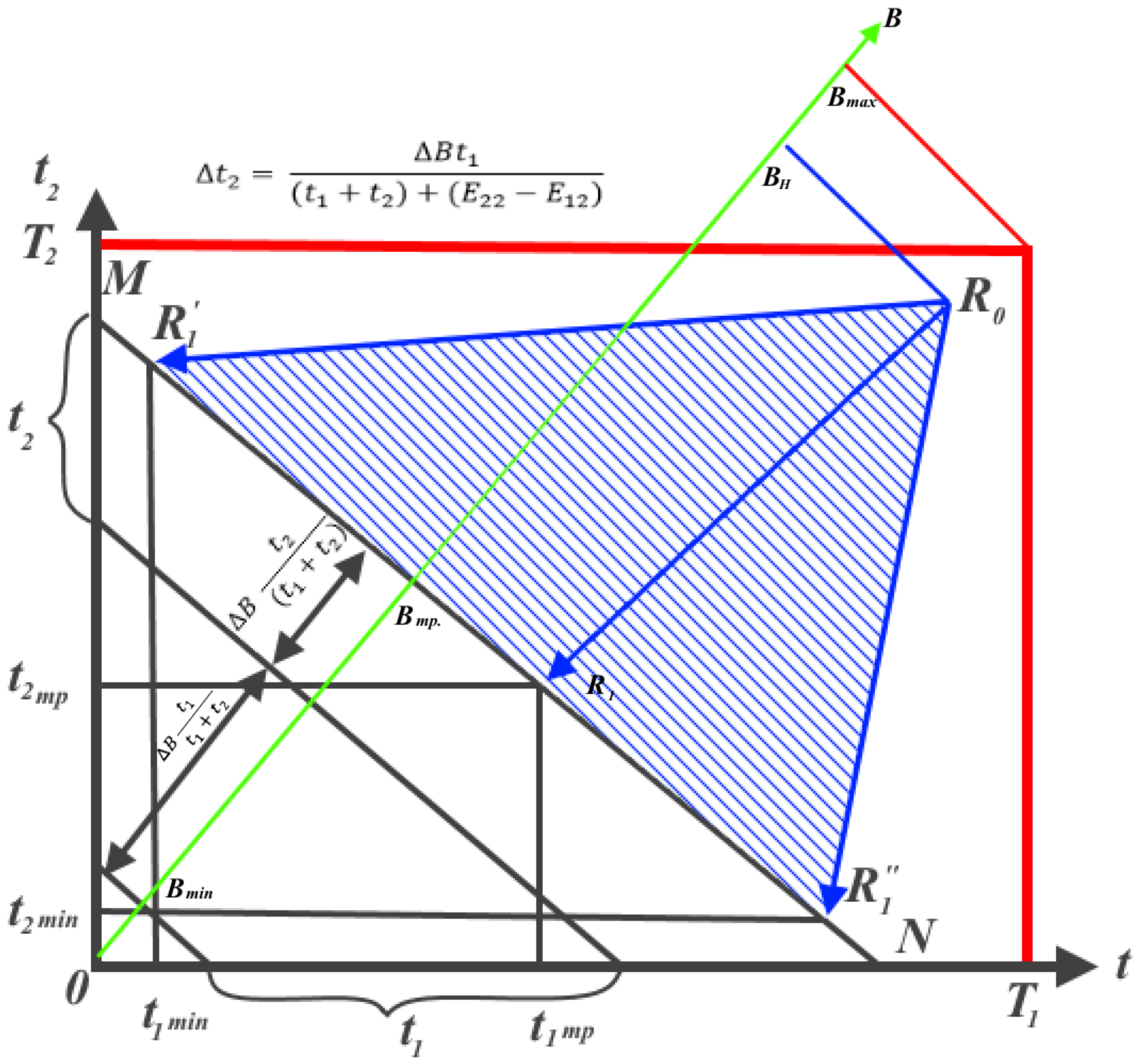



Рис. 4.7 Вплив підготовки операторів на вибір необхідних значень часу впізнавання

Для остаточного вибору значень $t_1$ і $t_2$ з діапазону (4.3.3) необхідне введення додаткових критеріїв. Такими критеріями можуть бути, наприклад, вартість робіт, пов'язаних зі зменшенням часу впізнавання, тривалість виконання цих робіт, їх складність і т.ін.

Розглянемо методику вибору значень $t_1$ і $t_2$ у випадку, коли у якості критерію прийнятий час виконання робіт для одержання необхідного часу впізнавання. В окремому випадку це може бути час навчання операторів $T_{об}$, час налаштування й застосування апаратури, що забезпечує досягнення необхідного часу впізнавання.

Для наведеної в **4.1** моделі навчання початковий час впізнавання засобів протидії приймемо рівними $t_{1н}$ і $t_{2н}$. На рис. 4.7 цьому часу відповідає точка $R_0$, розташування якої відповідає вихідному рівню підготовки операторів $B_{11}$. Рівень підготовки операторів $B_{min}$ визначається мінімально досяжним часом $t_{1min}$ і $t_{2min}$, при цьому $B_{min} < B_{тр} < B_{11}$. Швидкості придбання навичок впізнавання засобів протидії $y_1$ і $y_2$ характеризуються постійним часом $\tau_1$ і $\tau_2$, відповідно. З урахуванням введених позначень часу впізнавання $t_1$ і $t_2$ будуть змінюватися за законами

$$t_1 = t_{1н} - (t_{1н} - t_{1min})(1 - e^{-\frac{t_{об1}}{\tau_1}}) \quad (4.3.4)$$

та

$$t_2 = t_{2н} - (t_{2н} - t_{2min})(1 - e^{-\frac{t_{об2}}{\tau_2}}), \quad (4.3.5)$$

де $t_{об1}$ і $t_{об2}$ - тривалість навчання операторів впізнавання засобів протидії $y_1$ і $y_2$ відповідно.

Задача полягає в тому, щоб підвищити рівень підготовки операторів від початкового $B_{н}$ до необхідного $B_{тр}$, при цьому загальний час навчання $t_{об}$ повинен бути мінімальним.

Підставляючи (4.3.4) і (4.3.5) до (4.3.2), після відповідних перетворень одержуємо

$$B_{н} - B_{тр} = (E_{11} - E_{21})(t_{1н} - t_{1min})\left(1 - e^{-\frac{t_{об1}}{\tau_1}}\right) + (E_{22} - E_{12})(t_{2н} - t_{2min})(1 - e^{-\frac{t_{об2}}{\tau_2}}). \quad (4.3.6)$$

Для рішення поставленої задачі необхідно знайти такі додатні значення $t_{об1}$ і $t_{об2}$, які задовольняють умову (4.3.6) і мінімізують значення суми

$$t_{об} = t_{об1} + t_{об2}. \tag{4.3.7}$$

У наведеному випадку більш зручним є рішення в аналітичному вигляді. У ході рішення спочатку знаходимо раціональні часи навчання $t_{об1}$ і $t_{об2}$, які визначаються за формулами

$$t_{об1} = \tau_1 ln[(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1})\frac{(E_{11}-E_{21})(t_{1н}- t_{1min})}{\Delta B}] \tag{4.3.8}$$

$$t_{об2} = \tau_2 ln[\left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\frac{(E_{22}-E_{12})(t_{2н}- t_{2min})}{\Delta B}], \tag{4.3.9}$$

де $\Delta B = B_{тр} - B_{min}$.

Величина $\Delta B$ характеризує можливості подальшого скорочення часу $t_1$ і $t_2$. У цьому випадку загальний час навчання мінімальний й дорівнює

$$t_{об} = ln\{\left(\frac{\tau_1+\tau_2}{\Delta B}\right)^{\tau_1+\tau_2} \cdot \left[\frac{(E_{11}-E_{21})(t_{1н}- t_{1min})}{\tau_1}\right]^{\tau_1} \cdot \left[\frac{(E_{22}-E_{12})(t_{2н}- t_{2min})}{\tau_2}\right]^{\tau_2}\} \tag{4.3.10}$$

Будь-які інші значення часу $t_{об1}$ і $t_{об2}$ викликають збільшення $t_{об}$.

Після підстановки отриманих значень $t_{об1}$ і $t_{об2}$ до (4.3.4) і (4.3.5) і відповідних перетворень одержуємо шукані значення часу впізнавання

$$t_{1\,тр} = t_{1min} + \frac{\tau_1}{\tau_1+\tau_2} \cdot \frac{B_{тр}-B_{min}}{E_{11}-E_{21}}, \tag{4.3.11}$$

та

$$t_{2\,\text{тр}} = t_{2min} + \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \cdot \frac{B_{\text{тр}} - B_{min}}{E_{22} - E_{12}}. \qquad (4.3.12)$$

Аналіз виразів (4.3.11) і (4.3.12) показує, що початковий рівень підготовки операторів не впливає на вибір необхідного часу впізнавання. Враховуючи той факт, що на рис. 4.7 масштаб по осі $B$ відрізняється від масштабів по осях $t_1$ і $t_2$ в $(E_{11} - E_{21})^{-1}$ і $(E_{22} - E_{12})^{-1}$ раз, відповідно, значення $t_1$ і $t_2$ можна одержати графічно, використовуючи формули (4.3.11) і (4.3.12) у якості алгоритму визначення розташування точки $R_1$, із шуканими координатами $t_{1\,\text{тр}}$ і $t_{2\,\text{тр}}$. Графічне зображення отриманих результатів дозволяє наочно уявити вплив усіх вхідних у формули (4.3.11) і (4.3.12) величин на шуканий час $t_{1\,\text{тр}}$ і $t_{2\,\text{тр}}$.

Так, якщо $\tau_1 \ll \tau_2$, то $t_{1\,\text{тр}} \approx t_{1min}$ і одержуємо на графіку точку $R_1'$. Якщо $\tau_1 \gg \tau_2$ то $t_{2\,\text{тр}} \approx t_{2min}$ і одержуємо точку $R_1''$ . Таким чином, при зміні постійного часу $\tau_1$ і $\tau_2$, що характеризують швидкість операторів, розташування точки $R_1$ змінюється на відрізку прямої MN від $R_1'$ до $R_1''$, і відповідним чином змінюється час $t_{1\,\text{тр}}$ і $t_{2\,\text{тр}}$.

Для порівняння розглянемо випадок, коли модель навчання носить лінійний характер, тобто швидкості придбання операторами навичок у впізнаванні засобів протидії постійні й дорівнюють $K_{\text{об1}}$ і $K_{\text{об2}}$.

У цьому випадку час впізнавання $t_1$ і $t_2$ змінюється в такий спосіб

$$t_1 = t_{1\,\text{н}} - K_{\text{об1}} - t_{\text{об1}} \text{ і } t_2 = t_{2\,\text{н}} - K_{\text{об2}} - t_{\text{об2}}\ , \qquad (4.3.13)$$

де

$$t_{1min} < t_1 < t_{1\,\text{н}} \text{ і } t_{2min} < t_2 < t_{2\,\text{н}}. \qquad (4.3.14)$$

Тоді умова (4.3.6 ) має вигляд

$$B_{11} - B_{\text{тр}} = (E_{11} - E_{21}) K_{\text{об1}} t_{\text{об1}} + (E_{22} - E_{12}) K_{\text{об2}} t_{\text{об2}}. \qquad (4.3.15)$$

За аналогією з експонентною моделлю, для лінійної моделі необхідно знайти такі додатні значення $t_{об1}$ і $t_{об2}$, що задовольняють лінійну рівність (4.3.15) і обертають до мінімуму лінійну функцію цих змінних (4.3.7).

В такій постановці задача є основною задачею лінійного програмування.

В результаті рішення із двох часів $t_{об1}$ і $t_{об2}$ необхідно мінімізувати той, в якого у виразі (4.3.15) коефіцієнт дорівнює

$$min\{K_{об1}(E_{11}-E_{21}), K_{об2}(E_{22}-E_{12})\}.$$

У наведеному на рис. 4.7 прикладі

$$min\{K_{об1}(E_{11}-E_{21}), K_{об2}(E_{22}-E_{12})\} = K_{об1}(E_{11}-E_{21}).$$

Тоді з урахуванням (4.3.2 ) шукані значення $t_{1\,тр}$ і $t_{2\,тр}$, дорівнюють

$$t_{1\,тр} = t_{1\,min} \text{ і } t_{2\,тр} = \frac{B_{тр} - t_{1\,min}(E_{11}-E_{21})}{E_{22}-E_{12}}, \tag{4.3.16}$$

що на рис.4.7 відповідає точці $R_1'$. При цьому мінімальний час навчання обчислюється за формулою

$$t_{об} = \frac{1}{K_{об1}}(t_{1н} - t_{1min}) + \frac{1}{K_{об2}}[t_{2н} - \frac{B_{тр}-(E_{11}-E_{21})t_{1\,min}}{E_{22}-E_{12}}].$$

Як випливає із (4.3.16), час $t_{1\,тр}$ повинен бути мінімальним незалежно від необхідного значення $B_{тр}$. Час $t_{2\,тр}$ залежить від необхідного ступеня навченості операторів і технічних характеристик $E_{ij}$; початкова навченість і швидкість навчання на вибір $t_{1\,тр}$ і $t_{2\,тр}$ не впливають.

Якщо

$$min\{K_{об1}(E_{11} - E_{21}), K_{об2}(E_{22} - E_{12})\} = K_{об2}(E_{22} - E_{12}),$$

то шукані значення $t_{1\,тр}$ і $t_{2\,тр}$ відповідають координатам точки $R_1''$.

Таким чином, значення $t_{1\,тр}$ і $t_{2\,тр}$ при лінійній моделі навчання є граничними для експонентної моделі. Отже, від моделі навчання впливає на вибір необхідних значень часу впізнавання. Формули (4.3.11) і (4.3.12) дозволяють визначати необхідні значення часу впізнавання при експонентній моделі навчання операторів. При лінійній моделі навчання для обчислення цього часу використовується формула (4.3.16).

У наведеній методиці вибір часу впізнавання технічних характеристик системи $S_1$ були прийняті незмінними.

У той же час необхідний рівень ефективності $E_{ср}$ може бути досягнутий не тільки шляхом скорочення часу впізнавання, але й шляхом удосконалювання технічних характеристик, що приводить до збільшення значень ефективностей $E_{ij}$ й, отже, до збільшення ефективності системи в цілому. Запропонована в даному пункті методика забезпечує визначення необхідного часу впізнавання й у цьому випадку.

Покажемо це на прикладі підвищення середньої ефективності $E_{ср}$ системи $S_1$ за рахунок удосконалювання одного із засобів захисту. Нехай система $S_1$ приваблива $m$ засобами захисту проти $n$ засобів протидії, має початкову ефективність $E_{ср} = E_{н}$. При застосуванні засобу захисту $x_i$ проти засобу протидії $y_i$ початкова ефективність системи дорівнює $E_{ii_{н}}$ і впізнавання засобу протидії $y_i$ здійснюється за час $t_{i_{н}}^{у}$. Ефективність $E_{ср}$ пов'язана з $E_{ii}$ і $t_i^{у}$. функціональною залежністю виду

$$E_{ср} = E_{ср}(E_{ii}, t_i^{у}). \tag{4.3.17}$$

Будемо вважати, що зміна ефективності $E_{ii}$ не приводить до зміни ефективностей $E_{ij}$ для всіх $j \neq i$ $(j = \overline{1, m})$.

Удосконалювання засобу захисту $x_i$ за рахунок підвищення ефективності $E_{ii_{\text{н}}}$ на величину $\Delta E_{ii}$ і скорочення часу $t_i^y$ на величину $\Delta t_i^y$ пов'язане з роботами, вартість яких визначається залежностями

$$C_1 = C_1(\Delta E_{ii}) \text{ і } C_2 = C_2(\Delta t_i^y).$$

Задача полягає в тому, щоб знайти такі додатні значення $\Delta E_{ii}$ і $\Delta t_i^y$, які забезпечують підвищення середнього значення ефективності $E_{\text{ср}}$ системи $S_1$ від рівня $E_{\text{н}}$ до рівня $E_{\text{тр}}$ при мінімальній загальній вартості робіт

$$C = C_1(\Delta E_{ii}) + C_2(\Delta t_i^y) \,. \tag{4.3.18}$$

Для рішення поставленої задачі в (4.3.17) приймемо

$$E_{\text{ср}} = E_{\text{тр}} = const \tag{4.3.19}$$

і, вирішуючи (4.3.17) відносно $E_{ii}$, для необхідних значень $E_{ii_{\text{тр}}}$ і $t^y_{i_{\text{тр}}}$одержимо функціональну залежність вигляду

$$E_{ii_{\text{тр}}} = E_{ii_{\text{тр}}}(t^y_{i_{\text{тр}}}), \tag{4.3.20}$$

де

$$E_{ii_{\text{н}}} < E_{ii_{\text{тр}}} < E_{ii_{max}} \text{ і } t^y_{i_{min}} < t^y_{i_{\text{тр}}} < t^y_{i_{\text{н}}}.$$

Значення $E_{ii_{max}}$ і $t^y_{i_{min}}$визначаються відповідно з умов

$$E_{\text{тр}} = E_{\text{тр}}(E_{ii_{max}}, t^y_{i_{\text{н}}}) \text{ і } E_{\text{тр}} = E_{\text{тр}}(E_{ii_{\text{н}}}, t^y_{i_{min}}).$$

Характер залежності (4.3.20) наведений на рис. 4.8

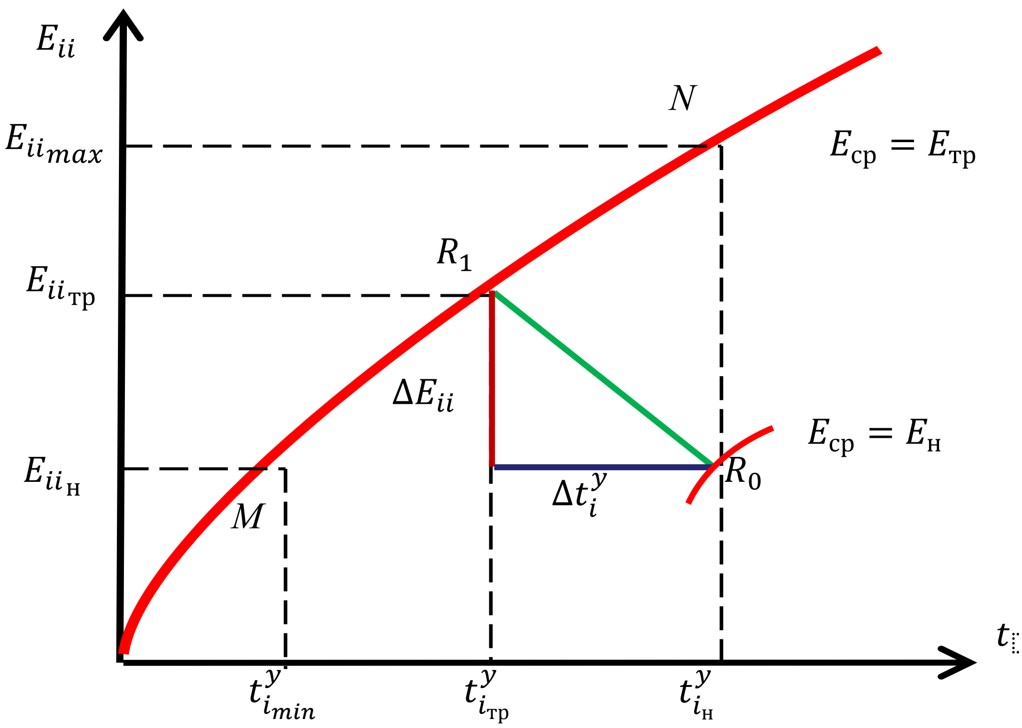



Рис. 4.8 Залежність середньої ефективності системи ТЗР від часу впізнавання

Враховуючи, що

$$\Delta E_{ii} = E_{ii_{тр}} - E_{ii_{н}} \text{ і } \Delta t_i^{y} = t_{i_{н}}^{y} - t_{i_{тр}}^{y}, \tag{4.3.21}$$

вираз (4.3.20) має вид

$$\Delta E_{ii_{тр}} = \Delta E_{ii_{тр}}(\Delta t_{i_{тр}}^{y}). \tag{4.3.22}$$

Значення $\Delta E_{ii}$ і $\Delta t_i^{y}$ що задовольняють умову (4.3.22) і мінімізуються (4.3.18), забезпечують підвищення ефективності $E_{н}$ до рівня $E_{тр}$ із мінімальною вартістю робіт.

Корисна модель відноситься до галузі озброєння, зокрема, до способів дистанційного управління технічними засобами розвідки, а саме до способів, що забезпечують керування процесом в умовах протидії зі сторони противника [97].

Відомий спосіб керування процесом функціонування технічними засобами розвідки полягає в забезпеченні і підтриманні необхідного рівня надійності при експлуатації, без врахування протидії зі сторони противника.

Недоліком відомого способу є відсутність можливості враховувати особливості впливу на дистанційне управління ТЗР за даними експлуатації, а саме проблему підтримання керування в умовах протидії.

Дані обставини обумовлені тим, що під час експлуатації зразків отримання повної і достовірної інформації, про ці завади, є складним за рішенням та виключно важливим за значенням завданням, яке впливає на управління технічними засобами. На новому рівні формування обліку технічних засобів та технологій моделювання повстає проблема реальності статистичних гарантій забезпечення безперервного управління.

Суть запропонованої інформаційної технології по забезпеченню функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються в умовах протидії, пояснюється за допомогою структурно-функціональної схеми (рис.4.9).

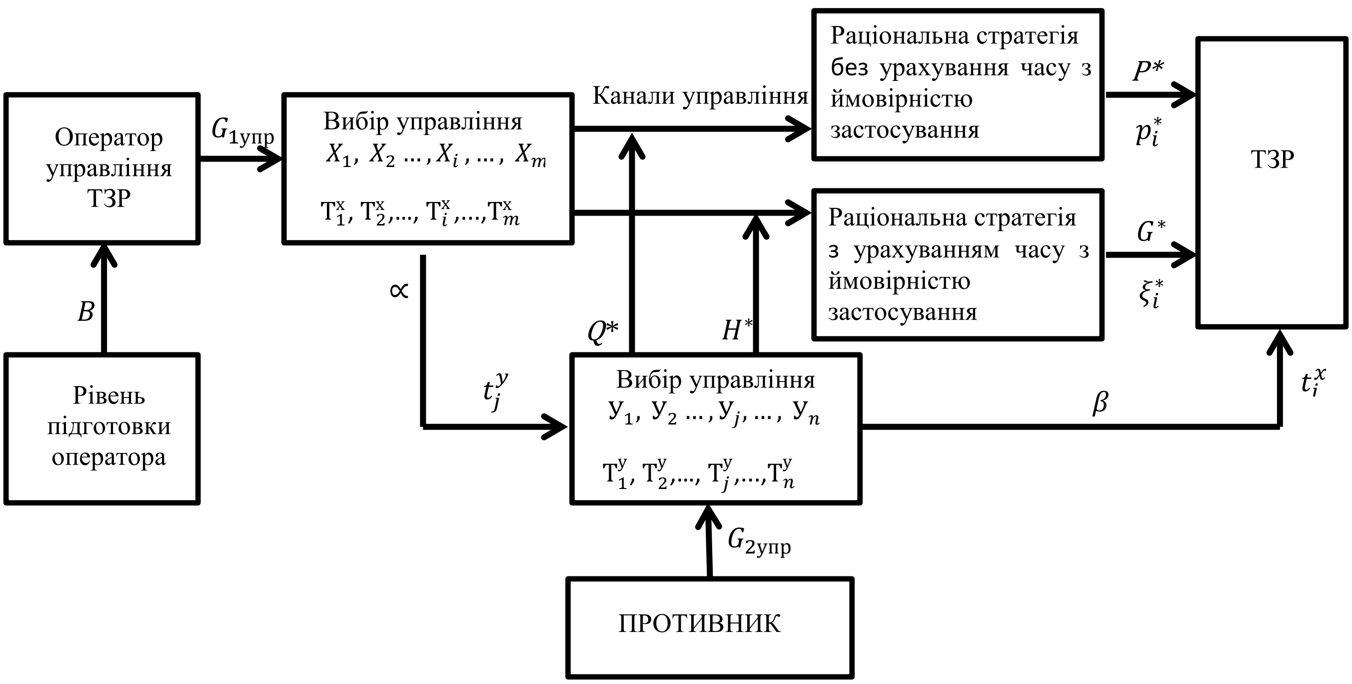


Рис. 4.9 Інформаційна технологія по забезпеченню функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються в умовах протидії

Об'єктом керування є комплекс технічних засобів розвідки (ТЗР), який представлений сукупністю зразків, а також процес управління ними. Якщо системі ТЗР протидіє противник з відомими стратегіями $Q$*, часом їх однократного застосування і ймовірностями застосування цих стратегій, то система повинна використовувати раціональна стратегія $P*$ з ймовірністю застосування $P_i$, при цьому ефективність функціонування такої системи в середньому максимальному виграшу $M_{max}$. Якщо ймовірності застосування завад противником не відомі, то слід використовувати раціональну мішану стратегію $G^*$ з ймовірністю застосування $\xi_i$, при цьому ефективність функціонування системи ТЗР у середньому буде не нижче виграшу $M$.

Зміна режимів роботи, ведення управління технічним засобом розвідки на різних частотах, використовувати декілька технічних засобів розвідки, якими йде управління на різних частотах і т.ін. проходить в якості множин ( $X_1$, $X_2 \dots, X_i, \dots, X_m$), з часом їхнього однократного застосування ($\text{Т}_1^{\text{x}}$, $\text{Т}_2^{\text{x}}$,…,$\text{Т}_i^{\text{x}}$,...,$\text{Т}_m^{\text{x}}$) та врахуванням можливостей впізнавання стратегій противника ( $\propto$). Противник використовуючи множину сигналів протидії ( $У_1$, $У_2 \dots, У_j, \dots, У_n$), з часом їх однократного застосування ($\text{Т}_1^{\text{у}}$, $\text{Т}_2^{\text{у}}$,…,$\text{Т}_j^{\text{у}}$,...,$\text{Т}_n^{\text{у}}$) та врахуванням можливостей впізнавання роботи ТЗР ( $\beta$).

Аналіз якісної інформації, та вибір стратегії передбачає відповідний рівень підготовки оператора ($B$).

Застосування інформаційної технології, по підвищенню ефективності технічних засобів розвідки що дистанційно управляються, можливо показати за допомогою функціональної схеми

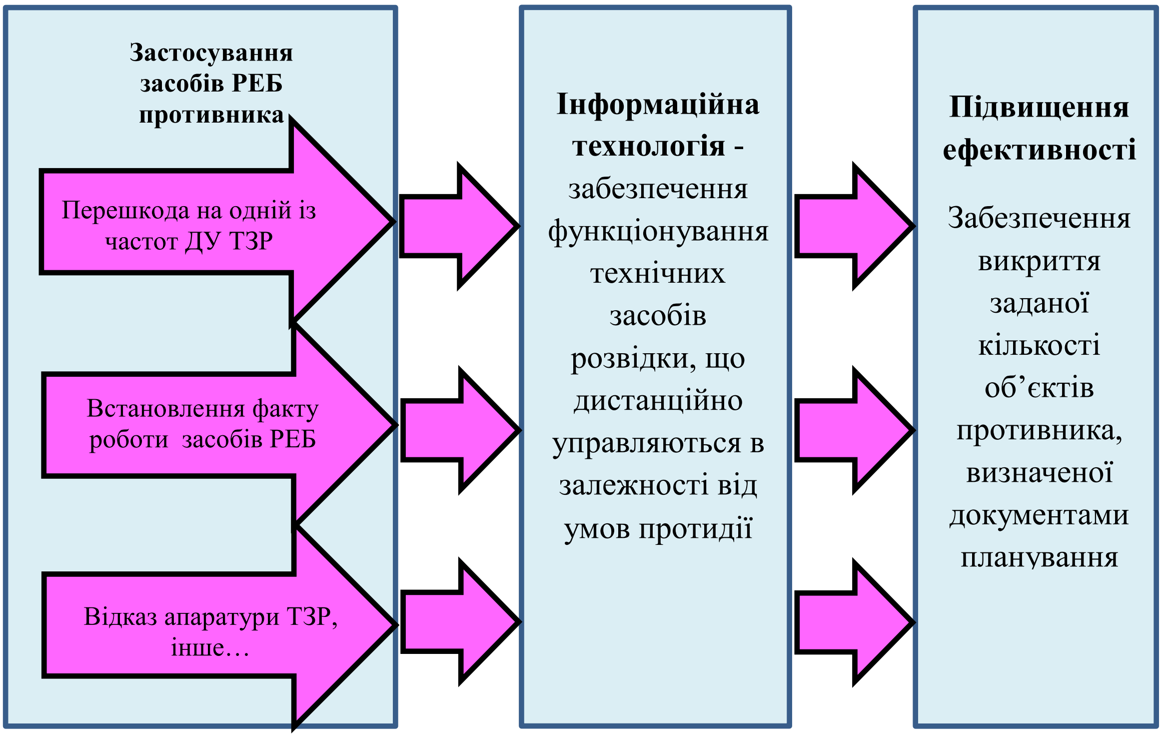



Рис. 4.10 Функціональна схема застосування інформаційної технології по підвищенню ефективності технічних засобів розвідки що дистанційно управляються

Підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки що дистанційно управляються можливо показати на рис. 4.11. Реалізація інформаційних технологій вибору та оцінки альтернативних способів управління дала змогу забезпечити викриття об’єктів противника, що викриваються ТЗР за одиницю часу в процесі виявлення противника в умовах його протидії *t*, та підвищити ефективність ТЗР збільшенням кількості викритих об’єктів за весь час функціонування системи викриття.

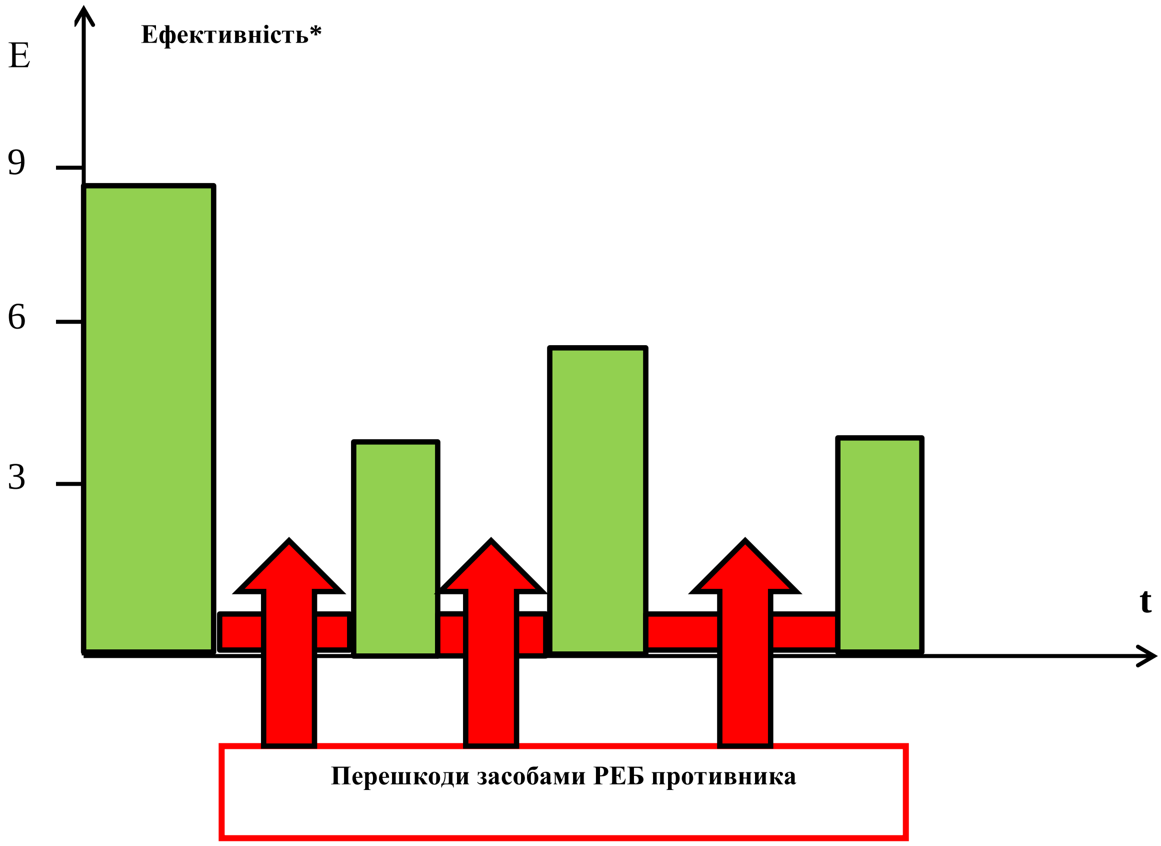



Рис. 4.11 Функціонування технічних засобів розвідки що дистанційно управляються

**E* – кількість об’єктів що викриваються ТЗР за одиницю часу в процесі виявлення противника в умовах його протидії.

Таким чином, отримана інформаційна технологія підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки що дистанційно управляються за рахунок визначення необхідного часу впізнавання засобів протидії як при фіксованих, так і при характеристиках що змінюються та отримані аналітичні вирази для їхнього обчислення.

## Висновки по 4-му розділу

1. Визначена залежність ефективності складної системи дистанційного управління технічними засобами розвідки від часових характеристик

управління. Отримав подальший розвиток метод визначення ймовірності застосування противником стратегії протидії технічним засобам розвідки, який враховує апріорне раціональне значення ймовірності застосування противником кожної стратегії протидії.

2. Метод вибору стратегії управління технічними засобами розвідки, в технологічній системі управління, зводиться до задачі розробки інформаційної технології з забезпечення функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії.

3. Розроблена інформаційна технологія з забезпечення функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії, шляхом введення оператором керуючого впливу на параметри функціонування ТЗР, як елемента інформаційно-управляючої системи. В якості критерію оцінки ефективності роботи технологічної системи управління, в умовах протидії використана множина усіх досягнутих результатів функціонування системи технічних засобів розвідки, яка описується матрицею показників ефективності.

4. Досягнута мета роботи з підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, за рахунок визначення необхідного часу впізнавання способів протидії. В роботі отримана повна сукупність розв’язків часткових задач з розробки складових інформаційної технології, яка забезпечує можливість викриття технічними засобами розвідки заданої кількості об’єктів противника в умовах протидії.

# ВИСНОВКИ

Дисертація містить наукові положення та отримані автором нові науково обґрунтовані результати в галузі інформаційних технологій. В сукупності які, вирішують актуальне науково-практичне завдання по підвищенню ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, шляхом розробки та впровадження інформаційної технології. Технологія забезпечує функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії та викриття заданої кількості об’єктів противника. Вона ґрунтується на розв’язку задачі пошуку множини кроків раціональної стратегії зміни каналів управління методами теорії ігор. При цьому зберігається спільність і простота моделі, одержані результати досліджень доступні для використання.

Ефективність систем технічних засобів розвідки, що функціонують в умовах протидії, багато в чому залежить від часових характеристик управління засобами захисту. У системах військового призначення в складній бойовій обстановці прийняття рішення на використання альтернативних засобів захисту здійснюється, як правило, в умовах гострого дефіциту часу, коли інформація про противника не є повною. Обмеженість технічних характеристик і ймовірнісний характер застосування засобів протидії висуває на передній план часові характеристики управління засобами захисту й протидії. Рішення питань удосконалювання часових характеристик управління функціонуванням систем технічних засобів розвідки дозволяє суттєво підвищити їх ефективність. Показано що, реалізація запропонованих раціональних стратегій управління дозволяє підвищити ефективність функціонування системи ТЗР що дистанційно управляється в умовах протидії.

Основні підсумки роботи зводяться до наступного.

1. Встановлено, що система дистанційного управління технічними засобами розвідки є технологічна система управління параметром

ефективності. В цій системі здійснюють управління об’єктом, впливом на нього являється робота оператора, а параметром ефективності є кількість об’єктів що викриті за одиницю часу в умовах протидії.

2. Завдання пошуку стратегії управління технічними засобами розвідки, в технологічній системі управління, зводиться до задачі розробки інформаційної технології з забезпечення функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії, шляхом введення оператором керуючого впливу на параметри функціонування ТЗР, як елемента інформаційно-управляючої системи. В якості критерію оцінки ефективності роботи технологічної системи управління, в умовах протидії використана множина усіх досягнутих результатів функціонування системи технічних засобів розвідки, яка описується матрицею показників ефективності.

3. В підсумку рішення часткової задачі дослідження процесу формування реалізації раціональної мішаної стратегії для дистанційного управління технічними засобами розвідки удосконалена модель дистанційного керування технічними засобами розвідки, яка відрізняється врахуванням мішаних стратегій управління, що дозволило підвищити ефективність їх застосування  в умовах протидії за раніше зазначеним критерієм.

4. Задача  створення інформаційної технології розв’язана методами теорії ігор, де за підсумками гри, відшукується максимальне середнє значення показника ефективності технічних засобів розвідки в умовах протидії, з урахуванням перехідних процесів (налаштування, перехід на іншу частоту, порядок заміни технічних засобів і т.ін.). Таким чином, пошук змісту складових інформаційної технології функціонування технічних засобів розвідки в умовах протидії, методами теорії ігор, трансформується в пошук розв’язку задачі визначення раціональних мішаних стратегій поведінки двох гравців для багатоходової гри на протязі достатньо тривалого часу, з урахуванням однократного застосування стратегії кожним з гравців з

меншим часом застосування, коли критерієм ефективності протидії є середній виграш роботи системи.

5. В підсумку рішення часткової задачі дослідження з визначення раціональної стратегії, коли завади для оператора з'являються випадково. Вперше отримана модель процесу функціонування соціотехнічної системи управління технічними засобами розвідки в умовах протидії, яка додатково враховує часткові параметри таких засобів та рівень навченості оператора при застосуванні противником засобів протидії з урахуванням часу однократного застосування й часу впізнавання засобів протидії й захисту.

6. Розроблено реалізацію раціональних мішаних стратегій управління складною системою – технічними засобами розвідки, що дистанційно управляється, для управління захистом в умовах протидії. Розроблена модель процесу формування реалізації раціональної мішаної стратегії для дистанційного управління технічними засобами розвідки

7. В підсумку рішення часткових задач дослідження з визначення впливу перехідних процесів, у випадку однобічного підслідковування системою управління ТЗР, за застосованими противником засобами протидії на процес зміни ефективності. Визначення залежності ефективності складної системи дистанційного управління технічними засобами розвідки від часових характеристик управління. Отримав подальший розвиток метод визначення ймовірності застосування противником стратегії протидії технічним засобам розвідки, який враховує апріорне раціональне значення ймовірності застосування противником кожної стратегії протидії.

8. В підсумку розв'язку сукупності часткових задач досягнута мета роботи з підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, за рахунок визначення необхідного часу впізнавання способів протидії. В роботі отримана повна сукупність розв'язків часткових задач з розробки складових інформаційної технології, яка забезпечує можливість викриття технічними засобами розвідки заданої кількості об'єктів противника в умовах протидії.

9. Апробація отриманої інформаційної технології та її окремих складових проведена шляхом практичного впровадження в діяльність органів військового управляння та процес підготовки фахівців розвідки зокрема в діяльності Розвідувального управління штабу Командування Сухопутних військ Збройних Сил України. Використання розробленої ІТ та її складових дозволило: в разі зменшення кількості особового складу в підрозділах на 3% в підсумку проведення організаційних заходів або бойових втрат, забезпечити підвищення ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються на 7%; в разі штатного укомплектування особового складу після відновлення боєздатності підрозділів та укомплектування технікою після відновлення (ремонт зі збереженням характеристик) підвищити ефективність функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються на 11%; в разі збільшення особового складу в підсумку проведення організаційних заходів на 3% підвищити ефективності функціонування технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються на 19%.

# СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ


1. Бабич В.Д. Завадостійкість каналів зв’язку: [навчальний посібник] / В.Д. Бабич, О.В. Кувшинов, О.П. Лежнюк, С.П Лівенцев. – К.: КВІУЗ, 2001. – 150 с.
2. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь. – 1983. – С. 233-234.
3. Коржик В.И. Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений / В.И. Коржик, Л.М. Финк, К.Н. Щелкунов. – М.: Радио и связь. – 1981. – 232 с.
4. Зюко А.Г. Теория передачи сигналов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловський, М.В. Назаров, Л.М. Финк – М.: Радио и связь, 1986.
5. Ельчанинов А.М. Радиопередающие устройства электронной техники / А.М. Ельчанинов, Д.А. Шаров, А.П. Омельчук. – М.: Министерство обороны, 1991.
6. Пічугін М.Ф. Збірник наукових праць ЖВІ НАУ. Випуск 3. Аналіз тактики застосування підрозділів РЕБ у сучасних війнах та локальних збройних конфліктах / М.Ф. Пічугін, Г.Д. Носова. — К.: 2010.
7. Добыкин В.Д. Радиоэлектронная борьба. Силовое поражение радиоэлектронных систем / В.Д. Добыкин, А.И. Куприянов, В.Г. Пономарёв, Л.Н. Шустов . — М.: Вузовская книга, 2007. — 468 с.
8. Палий А.И. Очерки истории радиоэлектронной борьбы / А.И. Палий. — М.: Вузовская книга, 2006. — 284 с.
9. Современная радиоэлектронная борьба. Вопросы методологии. — М.: Радиотехника, 2006. — 424 с.
10. Цветнов В.В. Радиоэлектронная борьба. Радиомаскировка и помехозащита / В.В. Цветнов, В.П. Демин, А.И. Купричнов . — М.: МАИ, 1999. — Т. 1. — 240 с.
11. Цветнов В.В. Радиоэлектронная борьба. Радиомаскировка и помехозащита / В.В. Цветнов, В.П. Демин, А.И. Купричнов . — М.: МАИ,

1999. — Т. 1. — 248 с.

12. Томашевський В.М. Моделювання систем / В.М. Томашевський – К.: БИУ, 2005.

13. Юрлов Ф.Ф. Технико-экономическая эффективность сложных радиоэлектронных систем / Ф.Ф. Юрлов. – М., 1980. – 280 с.

14. Кузьмин И.В. Основы моделирования сложных систем: [учебное пособие ] / И.В. Кузьмин – К.: Высшая школа, 1981. – 360с.

15. Вермишев Ю.Х. Методы автоматического поиска решений при проектировании сложных технических систем / Ю.Х. Вермишев – М.: Радио и связь, 1982. – 152 с.

16. Таха Х. Введение в исследование операций, 7-е издание. / Х. Таха – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2005.

17. Катренко А.В. Дослідження операцій: [підручник МО] / А.В. Катренко – Львів: Видавництво “Магнолія”, 2009.

18. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: [підручник] / Ю.П. Зайченко – К.: ЗАТ “ВІ-ПОЛ”, 2000.

19. Братченко Г.Д. Оцінка можливостей та прогнозування результатів застосування комплектів тактичної розвідки / Г.Д. Братченко, В.І. Старцев, Г.С. Платонов, В.М. Клименко. – Одеса: ООЛІСВ, 2004. –52с.

20. Душкін Ю.Г. Технічні засоби розвідки та їх бойове застосування [підручник] / Ю.Г.Душкін – Одеса: ОІСВ, 2000. – 148с.

21. Свиридов Ю. И. Чтоб разведка доложила точно [армейский сборник № 1] / Ю.И. Свиридов – М.:Воениздат, 2001.

22. Левченко А.О. Теоретичні основи будови та бойове застосування радіолокаційних приладів підрозділів військової розвідки [навчальний посібник] / А.О. Левченко, М.В. Фелько, Ю.Г. Душкін – Одеса: ВА, 2014. – 177 с.

23. Левченко А.О Інформаційна робота в системі військової розвідки [навчальний посібник] / А.О. Левченко., О.М. Соколовський, О.С. Шелейко – Одеса: ВА, 2013. – 52 с.

24. Душкін Ю.Г. Розвідувальні машини країн світу [посібник] / Ю.Г. Душкін, Ю.А. Максименко – Одеса: ВА, 2015. – 171 с.

25. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [учебное пособие] / Е.С. Вентцель – М.: Дрофа, 2004.

26. Волков И.К. Исследование операций [учебник] / И.К. Волков, Е.А. Загоруйко – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.

27. Костевич Л.С. Математическое программирование: Информ. технологии оптимальных решений [учебное пособие] / Л.С. Костевич – Мн.: Новое знание, 2003.

28. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений [учебное пособие] / И.Г. Черноруцкий – Санкт-Петербург, 2005.

29. Бартіш М.Я. Методи оптимізації [навчальний посібник] / М.Я. Бартіш – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006.

30. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика / В.А. Колемаев, О.В. Староверов, В.Б. Турундаевский – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.

31. Більчук В.М. Спеціальні розділи теорії ймовірностей та математичної статистики [навчальний посібник] / В.М. Більчук – Х.: ХНУР, 2008. – 226 с.

32. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика [навчальний посібник] / М.К. Бугір – Тернопіль: Підручники, посібники, 1984. – 527 с.

33. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей / З.Г. Шефтель – К.: Вища школа, 2000. – 193 с.

34. Гихман И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Гихман, А.А. Скороход, М.И. Ядренко. – К.: Высшая школа, 1988 – 439 с.

35. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман – М.: Высшая школа, 1999. – 479 с.

36. Королюк В.С. Справочник по теории вероятностей и математической статистики / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбина –

М.: Наука , 1985. – 640 с.

37. Більчук В.М. Теорія ймовірностей, математична статистика та випадкові процеси [збірник задач] / В.М. Більчук. – Х.: ХУПС, 2007. –249 с.

38. Ивченко Г.И. Математическая статистика / Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев – М.: Высшая школа, 1984. – 248 с.

39. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Ветцель, Л.А. Овчаров – М.: Высшая школа, 2000. – 354 с.

40. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Ветцель, Л.А. Овчаров – М.: Высшая школа, 2000. – 364 с.

41. Феллер В.В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / В.В. Феллер – М.: Мир, 1984.

42. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гіпотез / А.А. Боровков – М.: Наука, 1984. – 472 с.

43. Бильчук В.М. Прикладная математика [учебное пособие] / В.М. Бильчук, А.В. Петров – Харьков: ХВВКИУ РВ, 1986. – 336 с.

44. Петросян Л.А. Теория Игр / Л.А.Петросян, . Н.А.Зенкевич, Е.В. Шевкопляс – Изд-во «БХВ-Петербург», 2012. — 424 с.

45. Петросян Л.А. Теория игр [учебное пособие] / Л.А.Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина — М.: Книжный дом «Университет», 1998.

46. Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения / В.В.Мазалов — Санкт-Петербург – Москва – Краснодар, 2010. — 446 с.

47. Льюс Р.Д. Игры и решения / Р.Д. Льюс, Х.С. Райфа – Издательство «Иностранная література», 1981.

48. Цегелик Г.Г. Чисельні методи / Г.Г. Цегелик – Львів: Видавництво центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2004.

49. Душин В.К. Теоретические основы информационных процессов и систем [ученик] / В.К. Душин. – Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2003. – 348 с.

50. Ашманов С.А. Теория оптимизации в задачах / С.А. Ашманов, С.А. Тимохов – М.: Наука, 1991.

51. Перестюк М.О. Екстремельні задачі [навчальний посібник] / М.О. Перестюк, О.М. Станжицький – К.: ВПЦ Київський університет, 2004. – 50 с.

52. Моудер Дж. Исследование операций. В 2-х томах / Дж. Моудер, С. Элмаграби – М: Мир, 1981.

53. Данилов Н.Н. Игровые модели принятия решения / Н.Н. Данилов – Кемерово: КемГУ, 1981. – 122 с.

54. Дюбин Г.Н. Введение в прикладную теорию игр / Г.Н. Дюбин, В.Г. Суздаль – М.: Наука, 1981. – 336 с.

55. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н.Н. Воробьев – М.: Наука, 1984. – 374 с.

56. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н.Н. Воробьев – М.: Наука, 1984. – 272 с.

57. Дегтярев Ю.И. Исследование операцій / Ю.И.Дегтярев – М.: Высшая школа, 1990.

58. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели / Э. Мулен – М.: Мир, 1991.

59. Васин А.А. Теория игр и модели математической экономики / А.А. Васин, В.В. Морозов – М.: МАКС Пресс, 2005. – 272 с.

60. Данилов Н.Н. Теоретико-игровое моделирование конфликтных ситуацій / Н.Н. Данилов – Томск: Изд-во ТГУ, 2005. – 445 с.

61. Гуткин Л.С. Проектирование радиосистем и радиоустройств / Л.С. Гуткин – М.: Радио и связь. – 1986. – 288 с.

62. Хорошко В.А. Конструирование и технология радиоэлектронной аппаратуры. Принципы разработки и конструирования радиоэлектронной аппаратуры / В.А. Хорошко – К.: КМУГА, 1998. – 124 с.

63. Ложкин Г.В. Практическая психология в системах «человек-техника» [учебное пособие] / Г.В. Ложкин, Н.И. Повякель – К.: МАУП, 2003. – 296 с.

64. Семак О.О. Основи інженерної психології [навчальний посібник] / О.О. Семак – Івано-Франківськ: Плай, 2006. – 106 с.

65. Ломов Б.Ф. Основы инженерной психологи [учебное пособие] / Б.Ф. Ломов. — М,: Высшая школа, 1986, - 447 с.

66. Трофімов Ю.Л. Інженерна психологія [підручник] / Ю.Л.Трофімов – К.: Либідь, 2002. – 264 с.

67. Хорошко В.А. Конструирование и технология радиоэлектронной аппаратуры. Принципы разработки и конструирования радиоэлектронной аппаратуры / В.А.Хорошко – К.: КМУГА, 1998. – 124 с.

68. Ненашев А.П. Конструирование РЭС / А.П. Ненашев – М.: Высшая школа, 2000. – 432 с.

69. Фролов В.А. Анализ и оптимизация в прикладных задачах конструирования РЭС / В.А. Фролов– К.: Высшая школа, 1991. – 213 с.

70. Гель П.П. Конструирование и микроминиатюризация РЭА / П.П.Гель, Н.К. Иванов-Есипович – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 234 с.

71. Токарев М.Ф. Механические воздействия и защита радиоэлектронной аппаратуры / М.Ф. Токарев – М.: Радио и связь, 1984. – 330 с.

72. Мазера Ю.А. Радіо-техніка. Енциклопедичний [навчальний довідник] / Ю.А. Мазера, Е.А.Мачуський, В.І.Правда – К.: Вища школа, 2001. – 33 с.

73. Давыдов А.Г. Журнал радиоэлектроники № 3 / А.Г.Давыдов, В.А. Калошин – Институт радиотехники и электроники РАН, 2004. – 8 с.

74. Калашников Н.И. Системы радиосвязи. [учебник] / Н.И. Калашников, Э.И. Крупицкий, И.Л. Дороднов, В.И. Носов – М.: Радио и связь. 1988. – 352с.

75. Брахман Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернатив в технике / Т.Р. Брахман – М.: Радио и связь, 1984. – 288с.

76. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский: – Издательство "Наука", 2003.

77. Цегелик Г.Г. Чисельні методи / Г.Г. Цегелик – Львів: – Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2004.

78. Чекалов А.А. Базы данных: от проектирования до разработки приложений / А.А. Чекалов – Санкт-Петербург, 2003.

79. Романюк Т.П. Математичне програмування [навчальний посібник] / Т.П. Романюк, Т.О. Терещенко, Г.В. Присенко, І.М. Городкова –К: –ІЗМН, 1996.

80. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И.В. Сергиенко – К: – Наукова думка, 1985.

81. Степанюк В.В. Методи математичного програмування / В.В. Степанюк – К: – Вища школа, 1997.

82. Ястремский А.И. Стохастические модели математической экономики / А.И. Ястремський –– К: – Кибернетика, 1983.

83. Ястремский А.И. О соотношениях двойственности в условиях оптимальности в линейных задачах стохастического программирования / А.И. Ястремський – Кибернетика, 1987 –102-107 с.

84. Братченко Г.Д. Уточнення застосування математичного апарату теорії масового обслуговування для оцінки можливостей радіолокаційної розвідки вогневих позицій артилерії / Г.Д. Братченко, В.І. Старцев, – Одеса: ОІСВ, 2001. – 196 с.

85. Максименко Ю.А. Транкінговий зв'язок як один із засобів бойового управління / Ю.А. Максименко, О.В. Лупаленко // Збірка тез доповідей п’ятої Всеукраїнської науково-технічної конференції “Перспективи розвитку озброєння і військової техніки Сухопутних військ”. – Львів: – 2012. – С. 224-225

86. Максименко Ю.А. Характеристика дистанційного керування по радіо каналу як засобу управління / Ю.А. Максименко // Матеріали тез доповідей наукової конференції “Перспективи розвитку військової освіти і науки” Військової академії (м. Одеса). – Одеса: – 2013.– С. 179-180.

87. Максименко Ю.А. Задача радіоуправління технічними засобами з урахуванням електромагнітної сумісності / Ю.А. Максименко // Сборник научных трудов SWORLD. – Иваново, – 2014. – № 3(36). – С. 72-79.

*Публікацію включено в міжнародну науково метричну базу РІНЦ SCIENCE INDEX.*

88. Максименко Ю.А. Вихідні дані методик для визначення структури системи радіоуправління технічними засобами з урахуванням електромагнітної сумісності / Ю.А. Максименко // Сборник научных трудов SWORLD. – Иваново, – 2014. – № 4(37). – С. 49-52.

*Публікацію включено в міжнародну науково метричну базу РІНЦ SCIENCE INDEX.*

89. Максименко Ю.А. Постановка задачи оптимизации модели функционирования сложной системы радиоуправления техническими средствами в условиях противодействия / Ю.А. Максименко // Сборник научных трудов SWORLD. – Иваново, – 2015. – № 1(38). – С. 11-15.

*Публікацію включено в міжнародну науково метричну базу РІНЦ SCIENCE INDEX.*

90. Максименко Ю.А. Реалізація оптимальних змішаних стратегій складною системою радіоуправління технічними засобами / Ю.А. Максименко // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – Одеса: – 2015. – Вип. 1(6). – С. 89-94.

91. Максименко Ю.А. Визначення оптимальної стратегії радіоуправління технічними засобами у випадку однобічного відслідковування / Ю.А. Максименко // Праці Одеського політехнічного універсітету. – Одеса: – 2015. – № 2(46). – С. 155-159.

*Публікацію включено в Index Copernicus, Ulrich's Periodicals Directory, Global Impact Factor, Google Scholar.*

92. Максименко Ю.А. Аналіз залежності ефективності складної системи радіоуправління технічними засобами від тимчасових характеристик управління / Ю.А. Максименко // Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса). – Одеса: – 2015. – Вип. 1(3). – С. 75-80.

93. Максименко Ю.А. Проблеми радіоуправління технічними засобами з урахуванням електромагнітної сумісності / Ю.А. Максименко // Збірник наукових праць 6-ої Всеукраїнської науково-практична конференція молодих учених і студентів Одеської державної академії технічного регулювання та

якості “Сучасний стан та перспективи розвитку системи технічного регулювання, метрології та якості”. – Одеса: – 2015. – Вип. 1(6). – С. 199-200.

94. Максименко Ю.А. Покращення організації освітнього процесу та підвищення його якості за рахунок вибору адекватної системи стосунків всіх його суб’єктів / Ю.А. Максименко // Матеріали науково-методичної конференції XXI “Управління якістю підготовки фахівців”. – Одеса: – 2016. – С. 145.

95. Максименко Ю.А. Обґрунтування перспективних технічних рішень щодо виготовлення малогабаритних універсальних джерел живлення для технічних засобів розвідки/ Ю.А. Максименко, І.О. Шумков, В.П. Борисюк // Збірник тез доповідей третьої Всеукраїнської науково-практичної конференції Військової академії (м. Одеса). – Одеса: – 2016.– С. 158-159.

96. Максименко Ю.А. Вплив перехідних процесів, у випадку підслідковування системою управління технічних засобів розвідки за застосованими противником засобами протидії, на процес зміни ефективності / Ю.А. Максименко // Збірник наукових праць. – Миколаїв: – 2016. – Вип. 271 – С. 90-93.

97. Максименко Ю.А. Підвищення ефективності функціонування системи технічних засобів розвідки, що дистанційно управляються, за рахунок визначення необхідного часу впізнавання засобів протидії / Ю.А. Максименко // Збірник наукових праць. – Миколаїв: – 2016. – Вип. 275 – С. 74-93.

98. Максименко Ю.А. Вибір управління засобами захисту в грі з сідловою точкою в умовах впізнавання засобу протидії / Ю.А. Максименко // Научный взгляд в будущее. Международное периодическое научное издание – Одеса: – 2016. – № 2(2) – С. 60-67.

*Публікацію включено в міжнародну науково метричну базу РІНЦ SCIENCE INDEX.*

99. Максименко Ю.А. Методика визначення структури системи радіоуправління комплексом розвідувальної групи з урахуванням

електромагнітної сумісності / Ю.А. Максименко // Міжнародний науковий журнал ЭЛТЕКС-2016. Электротехнические и компьютерные системы // Одеський політехнічний університет – Одеса: – 2016. – № 22(98). – С. 312-317.

*Публікацію включено в Index Copernicus, Ulrich's Periodicals Directory, Global Impact Factor, Google Scholar.*